

Supélec

Fonctionnement et réglage des systèmes
de transport et de distribution d'énergie électrique

06923/50^a1998

Patrick BASTARD

LE TRANSPORT ET LA DISTRIBUTION D'ENERGIE ELECTRIQUE : UN ENJEU TECHNIQUE ET ECONOMIQUE CONSIDERABLE	4
RÉSEAUX ÉLECTRIQUES EN RÉGIME SINUSOÏDAL : NOTIONS DE BASE	7
INTRODUCTION	8
représentation des signaux sinusoïdaux	8
représentation vectorielle	9
représentation complexe	10
IMPÉDANCES COMPLEXES	11
résistance	11
inductance	11
condensateur	12
dipôle R,L,C	13
PUISSANCES	14
dans la résistance	14
dans l'inductance	15
dans le condensateur	15
récapitulatif : puissances active et réactive	16
notation complexe	18
cas d'un régime non sinusoïdal	18
RÉSEAUX TRIPHASÉS	21
principe	21
montage étoile	22
montage triangle	25
transformation étoile/triangle	27
puissances en triphasé	29
BIBLIOGRAPHIE	31
CALCUL DES TRANSITS DE PUISSANCES DANS UN RÉSEAU MAILLÉ	32
INTRODUCTION	33
présentation	33
transport d'énergie en régime alternatif	33

MODÉLISATION DU RÉSEAU	37
généralités	37
moyens de production	38
lignes	38
transformateurs	43
charges	44
MISE EN ÉQUATIONS	44
méthode nodale	44
utilisation des puissances	46
mise en forme définitive	47
RÉSOLUTION NUMÉRIQUE	49
généralités	49
méthode de Newton-Raphson	50
application au calcul de répartition	51
mise en œuvre pratique	54
CONCLUSION	56
BIBLIOGRAPHIE	57
RÉGLAGE DE LA TENSION	58
PRINCIPES GÉNÉRAUX	59
présentation	59
relation entre la tension et les transits de puissance	60
moyens d'action	64
COMPORTEMENT NATUREL DU RÉSEAU	66
lignes et câbles	66
transformateurs	73
charges	75
RÉGLAGE DE LA TENSION STATORIQUE DES ALTERNATEURS	78
modélisation	78
variations de la tension statorique d'un alternateur seul connecté à une charge isolée	79
variations de la tension statorique d'un alternateur connecté à un réseau	81
structure d'un régulateur de tension	85
exemple sur charge isolée	85
l'alternateur dans son environnement	88

LIMITATION DES TRANSITS DE PUISSANCE RÉACTIVE	91
généralités	91
bancs de capacités	92
inductances	92
compensateurs synchrones	93
compensateurs statiques de puissance réactive (CSPR)	93
RÉGLEURS EN CHARGE DES TRANSFORMATEURS	94
principe	94
commande	95
ECROULEMENT DE TENSION	95
cas d'école	96
cas réaliste	97
influence des régleurs en charge	98
exemple de défaillance du réseau	100
BIBLIOGRAPHIE	102
PROBLEMES ET SOLUTIONS	103

**LE TRANSPORT ET LA DISTRIBUTION D'ENERGIE
ELECTRIQUE : UN ENJEU TECHNIQUE ET ECONOMIQUE
CONSIDERABLE**

Le 20^{ème} siècle a vu peu à peu l'électricité s'imposer comme vecteur privilégié de l'énergie dans la quasi-totalité des domaines domestiques et industriels. Supports incontournables de cette énergie, les réseaux de transport et de distribution d'énergie électrique représentent aujourd'hui un enjeu économique et technologique considérable. Fixons d'emblée quelques ordres de grandeur : la France compte au total plus d'un million de km de lignes électriques, dont plus de 40000 km en 400 kV et 225 kV. En 1996, EDF a vendu 373,8 TWh, dont 72,7 TWh ont été exportés. Le chiffre d'affaire de ces ventes à l'étranger se montait ainsi à 16,7 milliards de francs.

En Europe, les différents réseaux nationaux sont interconnectés en un seul et même système de transport d'énergie électrique, à la fois maillé (géographiquement) et bouclé (au sens "automatique" du terme). La moindre défaillance de ce système vaste et complexe, exploité et asservi en temps réel pour toujours adapter la production à la demande d'énergie électrique, serait une catastrophe industrielle et socio-économique. L'exploitation d'un tel réseau est donc toujours un compromis entre des contraintes économiques, des contraintes techniques liées à la physique du système, des contraintes de sûreté d'exploitation, et des contraintes relatives à la qualité du produit "électricité".

En constante évolution depuis près de 100 ans, le réseau européen est loin d'être figé : il se développe pour répondre à une demande sans cesse croissante, se transforme peu à peu en un marché concurrentiel, s'adapte à des contraintes environnementales nouvelles, ... C'est ainsi que des lignes de distributions sont enfouies, mais aussi que des moyens de production décentralisés voient le jour : co-génération, éoliennes, ...

Si les réseaux d'énergie se développent, les charges qu'ils alimentent se sont aussi beaucoup diversifiées aux cours des dernières années. En particulier, le nombre croissant de charges non linéaires (comprenant des composants d'électronique de puissance) n'est pas sans répercussion sur le fonctionnement du réseau. Tout réseau d'énergie peut être perturbé par ces charges contraignantes, mais aussi par des incidents (foudre, courts-circuits, ...) qu'il convient toujours de détecter et de parer. La maîtrise des régimes de fonctionnement perturbé et la conception de systèmes de protection rapides, sûrs et sélectifs contribuent à augmenter à la fois la fiabilité des réseaux d'énergie et la qualité du produit "électricité". Ces objectifs passent aujourd'hui par le développement et l'application de techniques très variées liées bien sûr au génie électrique, mais aussi à la modélisation des systèmes, à la simulation numérique, au traitement du signal, etc. Cette pluridisciplinarité est certainement la principale difficulté industrielle des prochaines années.

Il convient aussi de ne pas négliger le fait que si les réseaux d'énergie sont aujourd'hui omniprésents sur le territoire des pays industrialisés, ils le sont aussi, à des échelles

différentes, dans les voitures, les bateaux, les avions, les sites industriels, De tels réseaux ont des contraintes de fonctionnement souvent très spécifiques, mais ils ont aussi beaucoup de points communs avec les grands réseaux d'énergie. Ils représentent souvent un maillon vital dans des systèmes complexes.

RÉSEAUX ÉLECTRIQUES EN RÉGIME SINUSOÏDAL :
notions de base

introduction

Le développement, et surtout l'interconnexion, depuis la fin du 19^{ème} siècle, des réseaux de production, transport et distribution d'énergie électrique a obligé les compagnies d'électricité - d'abord locales puis régionales ou nationales - à faire des choix communs sur la nature du système électrique : tensions continues ou alternatives, monophasées ou polyphasées, valeurs de la fréquence, ... Ces choix ont été dictés par des considérations techniques, mais aussi économiques. Ils ont conditionné l'évolution des réseaux d'énergie et ont figé au cours des décennies quelques paramètres fondamentaux qui ne correspondent plus forcément aujourd'hui à un optimum.

C'est ainsi que la tension a été choisie alternative, afin de pouvoir exploiter les propriétés du transformateur pour transporter l'énergie en haute tension (pour minimiser les pertes) et l'utiliser en basse tension (pour des raisons de sécurité). Le système triphasé présente en sus des avantages par rapport au monophasé : création plus simple d'un champ tournant (machines synchrones et asynchrones), exploitation possible des différents couplages des transformateurs, utilisation des tensions simples ou composées selon les besoins, puissance instantanée constante, ... Quant à la fréquence, elle a été choisie en fonction de contraintes techniques relatives aux matériels de réseau et aux machines tournantes. La fréquence optimale serait certainement aujourd'hui supérieure à 50 ou 60 Hz.

Quoi qu'il en soit, et malgré le développement de l'électronique de puissance permettant par exemple d'exploiter des liaisons à courant continu, l'étude des réseaux de production, transport, distribution et utilisation d'énergie électrique passe nécessairement par celle des systèmes triphasés.

représentation des signaux sinusoïdaux

En première approximation, on peut considérer que les différents signaux présents sur un réseau d'énergie (tensions et courants) sont des sinusoïdes pures à la fréquence imposée par les alternateurs : 50 Hz (Europe, ...) ou 60 Hz (USA, ...). Dès lors, l'étude en régime permanent, à la fréquence fondamentale, d'un tel réseau et des différents éléments qui le composent permet déjà d'en comprendre les grands principes de fonctionnement. Dans ce contexte, la représentation et le traitement de signaux sinusoïdaux prend une importance toute particulière.

N'oublions cependant pas qu'un réseau de production, transport, distribution et utilisation d'énergie électrique est un système complexe qui est fréquemment le siège de phénomènes



transitoires (manœuvres, défauts, à-coups de charges, ...) , et/ou non linéaires (saturation de transformateurs, démarrage de moteurs, conversion d'énergie, ...). L'étude de ces phénomènes et de leurs conséquences sur le fonctionnement du réseau n'est possible qu'en utilisant des outils mathématiques parfois complexes, que nous n'aborderons pas dans ce document.

représentation vectorielle

Considérons un signal sinusoïdal $s(t)$, de valeur crête A , de fréquence f et de phase φ :

$$s(t) = A \cos(2\pi ft + \varphi) \quad (1)$$

Un tel signal est entièrement caractérisé par la donnée des trois variables A , f et φ . On peut y associer une autre grandeur, en l'occurrence un vecteur, caractérisé lui-aussi par les mêmes trois variables.

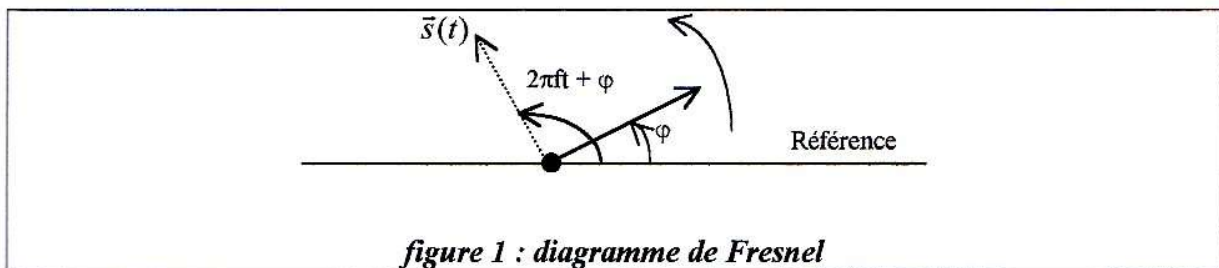


figure 1 : diagramme de Fresnel

Ce vecteur $\vec{s}(t)$ est de module A et tourne dans le sens trigonométrique à la fréquence f . A l'instant $t=0$, l'angle entre le vecteur $\vec{s}(t)$ et un axe de référence vaut φ .

Il faut noter que si l'on considère deux signaux sinusoïdaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ à des fréquences différentes f_1 et f_2 , les deux vecteurs associés $\vec{s}_1(t)$ et $\vec{s}_2(t)$ tourneront à des vitesses différentes. Leur déphasage sera donc variable au cours du temps. En revanche, si tous les signaux considérés sont à une fréquence fixe et connue f , cette information n'a plus d'intérêt ; tous les vecteurs associés aux signaux tournent à la même vitesse : ils sont fixes les uns par rapport aux autres. Dans ces conditions, seule la représentation des vecteurs à l'instant $t=0$ présente un intérêt.

$$\vec{s}_1(t=0) \quad \vec{s}_2(t=0)$$

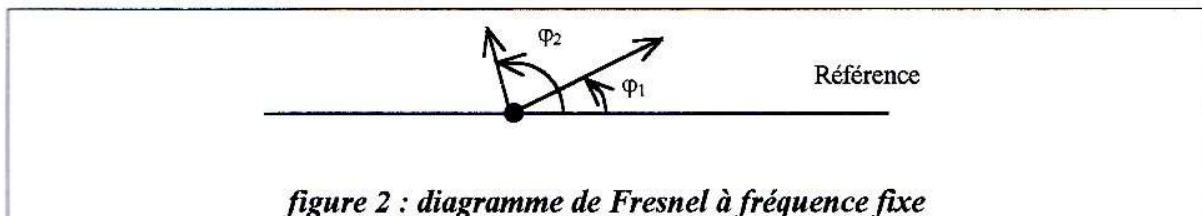


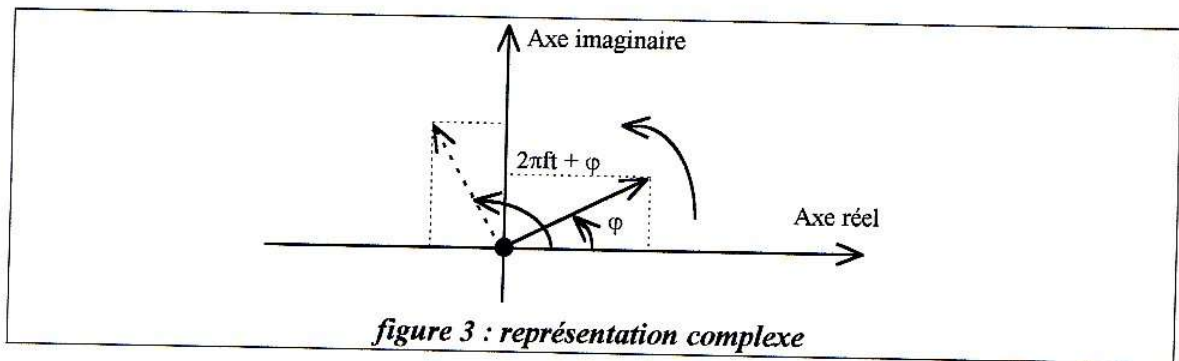
figure 2 : diagramme de Fresnel à fréquence fixe

On peut lire sur un tel schéma l'amplitude des signaux et leurs phases.

On peut montrer que la somme (ou la différence) de signaux sinusoïdaux est équivalent à la somme (ou la différence) des vecteurs qui leurs sont associés. Cette représentation vectorielle est particulièrement utile pour faire des calculs sur des circuits R,L,C ; elle permet de substituer à des calculs trigonométriques des raisonnements géométriques. Cette représentation sera par exemple utilisée pour tracer des diagrammes vectoriels et analyser qualitativement l'influence de tel ou tel paramètre d'un élément du réseau d'énergie (alternateur, moteur, transformateur, ...).

représentation complexe

À chaque vecteur $\vec{s}(t)$ représentant un signal sinusoïdal $s(t)$ peut encore être associé un nombre complexe, noté $\bar{s}(t)$, dont la partie réelle est la projection de $\vec{s}(t)$ sur l'axe de référence, et la partie imaginaire la projection sur un axe en quadrature.



Le signal $s(t)$ défini par (1) peut encore s'exprimer comme la partie réelle de $\bar{s}(t)$:

$$s(t) = \Re(Ae^{j2\pi ft} e^{j\varphi}) \quad (2)$$

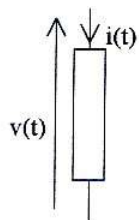
Là encore, si la fréquence du signal est a priori connue, on peut se contenter d'associer au signal $s(t)$ un nombre complexe \bar{s} plus simple, ne faisant intervenir que l'amplitude et la phase de $s(t)$, seules informations intéressantes :

$$s(t) = A \cos(2\pi ft + \varphi) \rightarrow \bar{s} = Ae^{j\varphi} \quad (3)$$

En utilisant cette représentation, on peut montrer que des sommes et différences trigonométriques se ramènent à des sommes et différences de nombres complexes, ce qui est souvent plus simple.

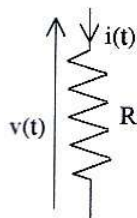
Remarque importante - pour un signal $s(t)$ purement sinusoïdal, la valeur efficace A_{eff} et la valeur crête A sont reliées par la relation suivante : $A = \sqrt{2}A_{eff}$. À la définition de \bar{s} par la relation (3) sera souvent préférée une autre définition, à partir de la valeur efficace : $\bar{s} = A_{eff}e^{j\varphi}$. Dans tous les cas de figure, le choix de la valeur crête ou de la valeur efficace doit être précisé, car il n'est pas sans effet sur la définition de grandeurs telles que la puissance complexe (cf § 4.5).

Impédances complexes



Considérons un dipôle linéaire alimenté en régime permanent sous une tension sinusoïdale $v(t)$ et parcouru par un courant $i(t)$. Ces deux grandeurs (courant et tension) peuvent être associées à un diagramme vectoriel ainsi qu'à des nombres complexes \bar{v} et \bar{i} . L'objectif est de trouver un nombre complexe \bar{Z} tel que $\bar{v} = \bar{Z} \bar{i}$.

résistance



Notons $i(t) = I \cos(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = 2\pi f$

Alors : $v(t) = Ri(t) = RI \cos(\omega t + \varphi)$

Ainsi : $\bar{i} = Ie^{j\varphi}$ et $\bar{v} = RIe^{j\varphi}$

d'où :

$$\boxed{\bar{Z}_R = R}$$

(4)

Le diagramme vectoriel est le suivant :

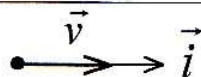
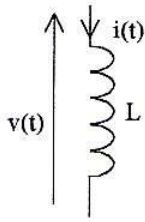


figure 4 : diagramme vectoriel pour une résistance
Courant et tension sont en phase

inductance



Notons encore $i(t) = I \cos(\omega t + \varphi)$.

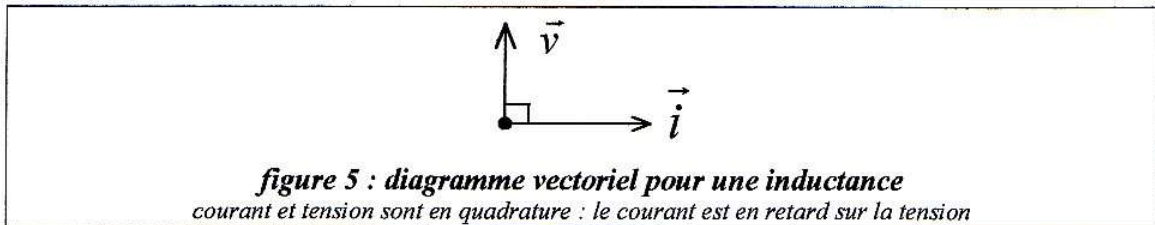
$$\text{Alors : } v(t) = L \frac{di(t)}{dt} = -L\omega I \sin(\omega t + \varphi) = L\omega I \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$\text{Ainsi : } \bar{i} = Ie^{j\varphi} \quad \text{et} \quad \bar{v} = L\omega Ie^{j(\varphi + \frac{\pi}{2})} = L\omega Ie^{j\frac{\pi}{2}} Ie^{j\varphi} = jL\omega Ie^{j\varphi} = jL\omega \bar{i}$$

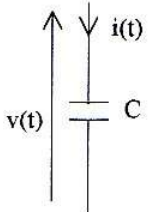
d'où :

$$\boxed{\bar{Z}_L = jL\omega} \quad (5)$$

Le diagramme vectoriel est le suivant :



condensateur



Notons encore $i(t) = I \cos(\omega t + \varphi)$.

$$\text{Alors : } v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{1}{C\omega} I \sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{C\omega} I \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

$$\text{Ainsi : } \bar{i} = Ie^{j\varphi}$$

$$\text{et } \bar{v} = \frac{1}{C\omega} Ie^{j(\varphi - \frac{\pi}{2})} = \frac{1}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} Ie^{j\varphi} = -j \frac{1}{C\omega} Ie^{j\varphi} = -j \frac{1}{C\omega} \bar{i}$$

d'où :

$$\boxed{\bar{Z}_C = -j \frac{1}{C\omega}} \quad (6)$$

Le diagramme vectoriel est le suivant :

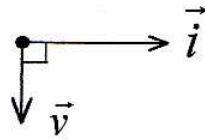
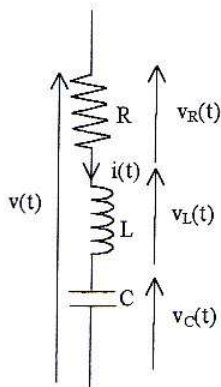


figure 6 : diagramme vectoriel pour un condensateur
courant et tension sont en quadrature : le courant est en avance sur la tension

dipôle R,L,C



Considérons par exemple un dipôle R,L,C série :

$$v(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t)$$

d'où :

$$\bar{v} = \bar{v}_R + \bar{v}_L + \bar{v}_C = R\bar{i} + jL\omega\bar{i} - \frac{1}{C\omega}\bar{i} = \left[R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \right] \bar{i}$$

ainsi :
$$\bar{Z}_{RLC \text{ série}} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L + \bar{Z}_C$$

Le diagramme vectoriel est le suivant :

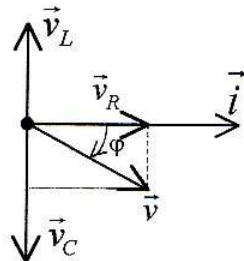
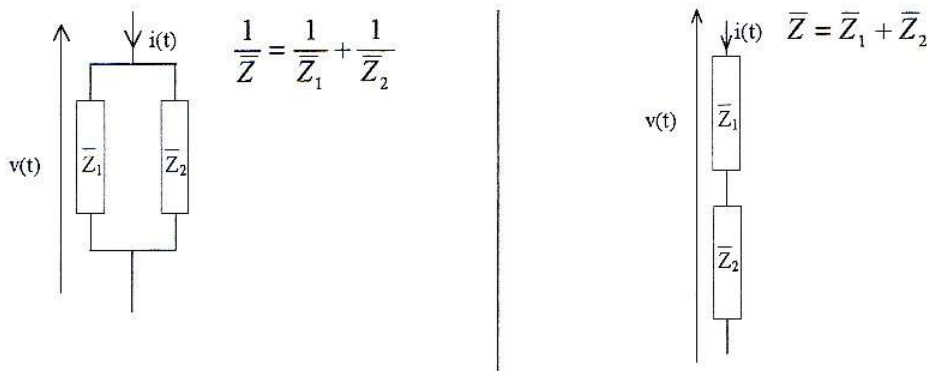


figure 7 : diagramme vectoriel pour un dipôle RLC série

D'une manière générale, les associations série ou parallèle des éléments R, L et C vérifieront les règles déjà connues pour de simples résistances :



puissances

Reprenons le dipôle R,L,C étudié dans le paragraphe 3.4 et étudions comment se répartit la puissance instantanée dissipée dans chacun des éléments.

L'origine des temps est choisie telle que : $i(t) = I \cos \omega t = \sqrt{2}I_{\text{eff}} \cos \omega t$.

La tension aux bornes du dipôle est alors $v(t) = V \cos(\omega t + \varphi) = \sqrt{2}V_{\text{eff}} \cos(\omega t + \varphi)$.

Les tensions aux bornes de chacun des éléments en série sont (voir figure 7) :

- pour la résistance : $v_R(t) = V_R \cos \omega t = \sqrt{2}V_{R\text{eff}} \cos \omega t$
- pour l'inductance : $v_L(t) = V_L \cos(\omega t + \pi / 2) = \sqrt{2}V_{L\text{eff}} \cos(\omega t + \pi / 2)$
- pour le condensateur : $v_C(t) = V_C \cos(\omega t - \pi / 2) = \sqrt{2}V_{C\text{eff}} \cos(\omega t - \pi / 2)$

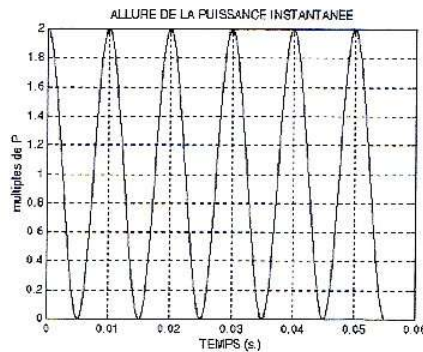
(Remarque : tous les courants et tensions sont supposés sinusoïdaux, ce qui implique que valeur crête et valeur efficace sont reliées par un facteur $\sqrt{2}$)

dans la résistance

La puissance instantanée dissipée dans la résistance R a pour expression :

$$p_R(t) = v_R(t)i_R(t) = Ri_R^2(t) = RI^2 \cos^2 \omega t = \frac{RI^2}{2} (1 + \cos 2\omega t)$$

d'où l'allure suivante, en notant $P = \frac{RI^2}{2}$:



La puissance instantanée dissipée dans la résistance est donc sinusoidale, de **fréquence 100 Hz** et de valeur moyenne non nulle :

$$\langle p_R(t) \rangle = \frac{RI^2}{2} = \frac{RI}{\sqrt{2}} \frac{I}{\sqrt{2}} = V_{\text{Reff}} I_{\text{Reff}} = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$$

(voir figure 7)

La valeur moyenne de la puissance instantanée dissipée dans la résistance vaut donc :

$$\boxed{P = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi} \quad (7)$$

dans l'inductance

La puissance instantanée dissipée dans l'inductance L a pour expression :

$$p_L(t) = v_L(t)i_L(t) = L\omega I \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) I \cos \omega t = -L\omega I^2 \sin \omega t \cos \omega t = -\frac{L\omega I^2}{2} \sin 2\omega t$$

Cette puissance est encore sinusoidale, de **fréquence 100 Hz**, mais cette fois de valeur moyenne nulle.

dans le condensateur

La puissance instantanée dissipée dans le condensateur C a pour expression :

$$p_C(t) = v_C(t)i_C(t) = \frac{I}{C\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) I \cos \omega t = \frac{I^2}{C\omega} \sin \omega t \cos \omega t = \frac{I^2}{2C\omega} \sin 2\omega t$$

Cette puissance est sinusoidale, de **fréquence 100 Hz**, en opposition de phase avec la puissance instantanée dissipée dans l'inductance, de valeur moyenne nulle.

récapitulatif : puissances active et réactive

La puissance instantanée dissipée dans la partie L,C du dipôle a pour expression :

$$p_x(t) = p_L(t) + p_C(t) = -\frac{I^2}{2} \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \sin(2\omega t)$$

En notant :

$$X = L\omega - \frac{1}{C\omega} \quad \text{et} \quad V_x = V_L - V_C \quad ,$$

la puissance instantanée dissipée dans la partie inductive et capacitive du dipôle RLC peut encore s'écrire :

$$p_x(t) = -\frac{I^2}{2} X \sin(2\omega t) = -\frac{V_x I}{2} X \sin(2\omega t) = -\frac{V \sin \varphi}{\sqrt{2}} \frac{I}{\sqrt{2}} \sin(2\omega t) = -V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi \sin(2\omega t)$$

ainsi :

$$p_x(t) = -Q \sin(2\omega t)$$

avec :

$$\boxed{Q = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi} \quad (8)$$

En résumé, la puissance instantanée dissipée dans l'ensemble du dipôle RLC série a pour expression :

$$\boxed{p(t) = P(1 + \cos 2\omega t) - Q \sin 2\omega t} \quad (9)$$

P est la valeur moyenne de $p(t)$.

P est encore appelée **puissance active**.

Pour un dipôle passif, P est toujours positive : le dipôle reçoit de l'énergie de la source.

Q représente la valeur crête de la puissance instantanée (de valeur moyenne nulle) en permanence échangée entre la source et les éléments L et C du dipôle.

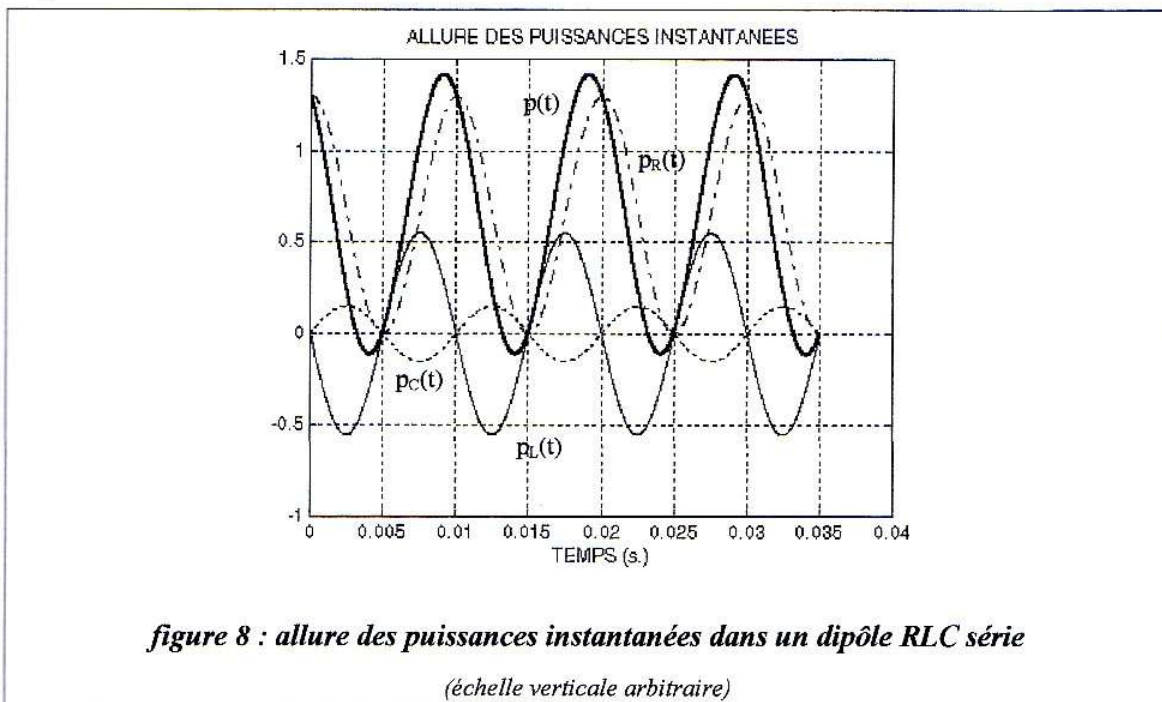
Q est appelée **puissance réactive**.

Le signe de Q dépend des valeurs respectives de $L\omega$ et $1/C\omega$.

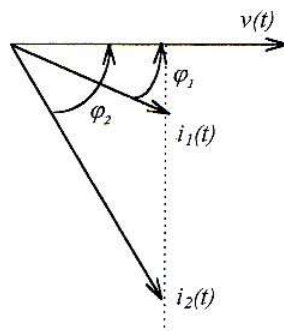
Si le dipôle est plutôt inductif ($L\omega > 1/C\omega$) , alors $Q > 0$; on dit que le dipôle consomme de la puissance réactive. Si le dipôle est plutôt capacitif ($L\omega < 1/C\omega$) , alors $Q < 0$; on dit que le dipôle fournit de la puissance réactive.

Il est important de noter le caractère arbitraire de cette terminologie : il aurait suffi de noter $p(t) = P(1 + \cos 2\omega t) + Q \sin 2\omega t$ pour qu'une bobine "fournisse" de la puissance et qu'un condensateur en "consomme" !

Ci-dessous sont représentées les puissances instantanées dans les différents éléments d'un dipôle RLC série inductif.

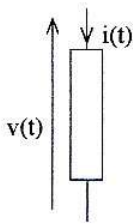


Il est important de bien prendre conscience de la nécessité de réduire au maximum les transits de puissance réactive sur un réseau d'énergie. À cette fin, comparons deux charges linéaires absorbant la même puissance utile (puissance active) P , mais une puissance réactive différente, respectivement Q_1 et Q_2 . Le diagramme vectoriel relatif à ces deux charges est le suivant :



Il est clair sur le schéma ci-dessus que pour la même puissance utile (active), une plus grande puissance réactive conduit à un courant absorbé plus grand, et par conséquent, à plus de pertes. Il sera donc nécessaire, sur un réseau d'énergie, de limiter les transits de puissance réactive. Ceci reviendra en fait à limiter le déphasage entre tension et courant. Là où le réseau est trop inductif, il conviendra par exemple de rajouter des éléments capacitifs (compensation de puissance réactive par bancs de capacités).

notation complexe

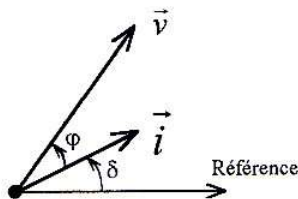


Considérons à nouveau un dipôle linéaire alimenté en régime permanent sous une tension sinusoïdale $v(t)$ et parcouru par un courant $i(t)$. Ces deux grandeurs (courant et tension) peuvent être associées à un diagramme vectoriel ainsi qu'à des nombres complexes \bar{v} et \bar{i} . Soient P et Q les puissances actives et réactives reçues (ou fournies) par ce dipôle. Comment calculer P et Q à partir de \bar{v} et \bar{i} ?

D'une manière générale, en choisissant la valeur efficace et non la valeur crête pour caractériser l'amplitude des signaux sinusoïdaux, \bar{v} et \bar{i} ont pour expression :

$$\bar{v} = V_{\text{eff}} e^{j(\delta + \varphi)} \quad \text{et} \quad \bar{i} = I_{\text{eff}} e^{j\delta}$$

δ représente le déphasage de $i(t)$ par rapport à une référence de phase donnée.
 φ est le déphasage entre $v(t)$ et $i(t)$ introduit par le dipôle considéré.



Notons \bar{i}^* le complexe conjugué de \bar{i} : $\bar{i}^* = I_{\text{eff}} e^{-j\delta}$

Calculons la grandeur complexe $\bar{S} = \bar{v}\bar{i}^*$:

$$\bar{S} = V_{\text{eff}} e^{j(\delta + \varphi)} I_{\text{eff}} e^{-j\delta} = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} e^{j\varphi} = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi + j V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi$$

$$\boxed{\bar{S} = \bar{v}\bar{i}^* = P + jQ} \quad (10)$$

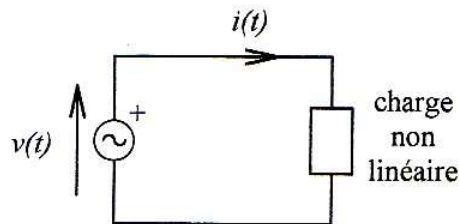
attention : cette relation n'est valable que si les nombres complexes \bar{v} et \bar{i} sont de module V_{eff} et I_{eff} . Si ce ne sont pas les valeurs efficaces, mais les valeurs "crête" qui sont prises en compte, il faut écrire : $\bar{S} = \bar{v}\bar{i}^* = 2(P + jQ)$.

cas d'un régime non sinusoïdal

Les paragraphes 4.1 à 4.4 reposent sur l'hypothèse que toutes les grandeurs (courants et tensions) sont parfaitement sinusoïdales. Dans ces conditions, la notion de puissance réactive est intimement liée à la présence d'éléments inductifs ou capacitifs dans la charge. Elle traduit le déphasage φ entre tension et courant.

Toutefois, lorsque les grandeurs électriques ne sont plus parfaitement sinusoïdales, les raisonnements menés ci-dessus ne sont plus valables : la notion de déphasage peut même ne plus avoir de sens entre deux signaux non sinusoïdaux. Afin de se ramener au cas sinusoïdal, il est alors utile de décomposer les signaux en série de Fourier afin de pouvoir à nouveau considérer des déphasages, non plus entre les signaux "bruts", mais entre leurs fondamentaux.

Considérons à titre d'exemple le circuit suivant :



Supposons la source parfaitement sinusoïdale :

$$v(t) = V(\cos \omega t + \varphi)$$

La charge n'étant pas linéaire, le courant, lui, ne sera pas parfaitement sinusoïdal. Supposons toutefois qu'il reste périodique de période $2\pi/\omega$; il peut alors se décomposer en série de Fourier :

$$i(t) = I_0 + I_1 \cos \omega t + \sum_{n=2}^{\infty} I_n \cos(n\omega t + \psi_n) \quad (11)$$

(Remarque : l'origine des temps a été choisie telle que $\psi_1=0$).

Notons $T = \omega / 2\pi$.

La puissance moyenne dissipée dans la charge a pour expression :

$$\langle p(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt$$

Cette puissance moyenne peut être interprétée comme étant le produit scalaire de la fonction $v(t)$ par la fonction $i(t)$:

$$\langle p(t) \rangle = \langle v(t) | i(t) \rangle$$

$$\langle p(t) \rangle = \left\langle v(t) \left| \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^N I_n \cos(n\omega t + \psi_n) \right. \right\rangle$$

Si l'on suppose que la fonction $i(t)$ est de carré intégrable sur $[0, T]$ (c'est physiquement toujours le cas ...), alors le signe $\lim_{N \rightarrow \infty}$ peut être sorti du produit scalaire :

$$\langle p(t) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\langle v(t) \left| \sum_{n=0}^N I_n \cos(n\omega t + \psi_n) \right. \right\rangle$$

Or, on peut montrer que $\int_0^T \cos(\omega t + \varphi) \cos(n\omega t + \psi_n) dt = 0$ pour tout $n \neq 1$ (les fonctions $\cos n\omega t$ et $\sin m\omega t$ définies sur $[0, T]$ sont orthogonales lorsque $n \neq m$).

Du produit scalaire précédent, il reste finalement :

$$\langle p(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V \cos(\omega t + \varphi) I_1 \cos(\omega t) dt$$

c'est-à-dire :

$$\langle p(t) \rangle = \frac{VI_1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi] dt = \frac{VI_1}{2} \cos \varphi$$

finalement :

$$\boxed{\langle p(t) \rangle = V_{eff} I_{1eff} \cos \varphi} \quad (12)$$

Ainsi, il est important de constater que seule la composante fondamentale du courant intervient dans l'expression de la valeur moyenne de la puissance dissipée dans la charge non linéaire. Cette puissance peut encore être définie comme étant la "puissance active" :

$$\boxed{P = V_{eff} I_{1eff} \cos \varphi} \quad (13)$$

Rien n'empêche alors de définir à nouveau une "puissance réactive", en n'utilisant que la composante fondamentale de $i(t)$:

$$\boxed{Q = V_{eff} I_{1eff} \sin \varphi} \quad (14)$$

φ est bien le déphasage entre les **fondamentaux** des signaux tension et courant.

Remarque 1

La puissance réactive définie ci-dessus à partir de la composante fondamentale des signaux ne fait aucunement appel à la notion d'inductance ou de capacité.

Remarque 2

Il est souvent plus commode de continuer à définir la puissance moyenne non plus à partir des valeurs efficaces des composantes fondamentales des signaux de tension et courant, mais à partir des valeurs efficaces vraies. La relation (13) devient alors :

$$P = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} F_p \quad (15)$$

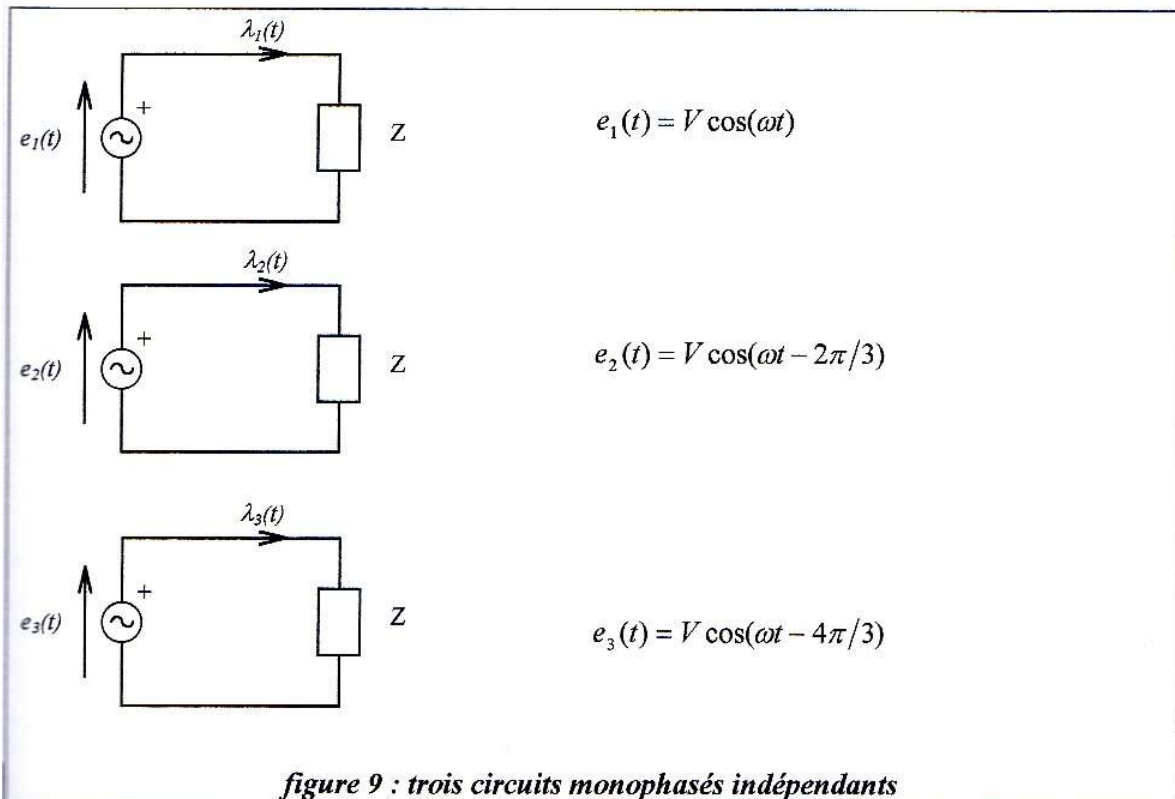
F_p est appelé "facteur de puissance".

Il est souhaitable de maximiser le facteur de puissance d'une charge, afin de minimiser le courant efficace appelé (donc les pertes), pour une puissance moyenne consommée donnée. Ce point sera important lors du choix et du dimensionnement de dispositifs d'électronique de puissance installés sur un réseau d'énergie.

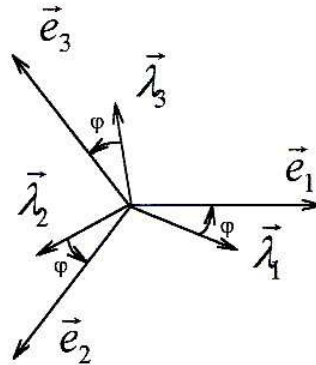
RÉSEAUX TRIPHASÉS

Principe

Considérons un système électrique constitué de trois charges monophasées identiques alimentées par des tensions sinusoïdales équilibrées déphasées les unes par rapport aux autres de $2\pi/3$:



La charge Z étant supposée linéaire et identique sur chaque phase (réseau équilibré), les trois courants dans les charges $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ et $\lambda_3(t)$ sont sinusoïdaux, équilibrés et déphasés de $2\pi/3$ les uns par rapport aux autres. Le schéma vectoriel de l'ensemble des trois schémas monophasés est le suivant :



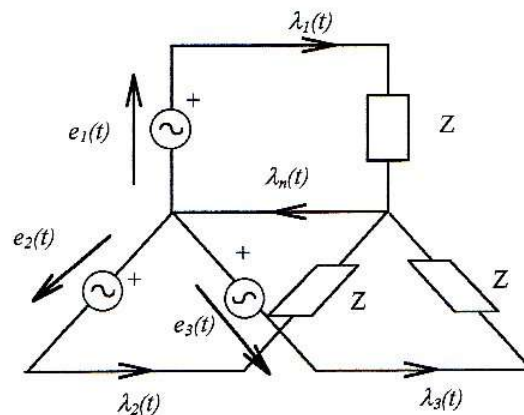
Le déphasage φ est lié à la nature de la charge Z .

L'intérêt économique du "triphase" (et, plus généralement, du "multiphasé") repose sur une association astucieuse des circuits monophasés permettant de réduire le nombre de conducteurs, à puissance transitée égale. Pour réaliser cette association, on peut exploiter l'une ou l'autre des deux relations suivantes :

$$\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \lambda_3(t) = 0 \quad (\text{montage étoile})$$

$$e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0 \quad (\text{montage triangle})$$

Montage étoile



La somme des trois courants dans les conducteurs de "retour" de chacun des circuits monophasés de la figure 9 étant nulle, il paraît intéressant de mettre commun ces conducteurs, afin d'en économiser deux sur trois, et même de sous-dimensionner celui qui reste :

Cette association peut encore être schématisée plus simplement par la figure suivante :

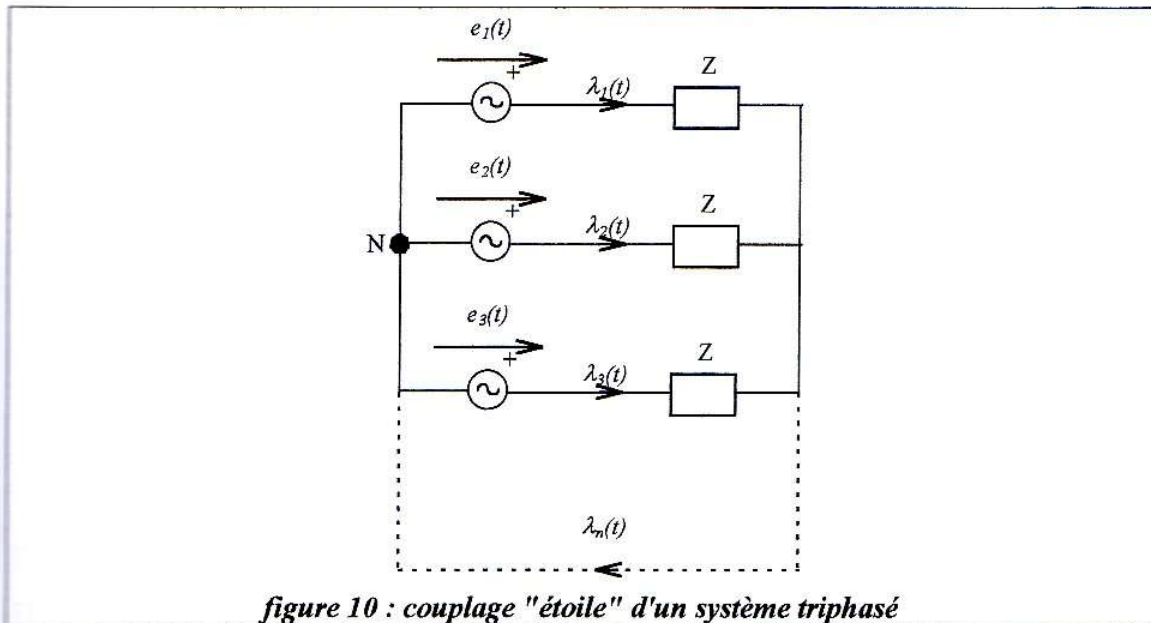
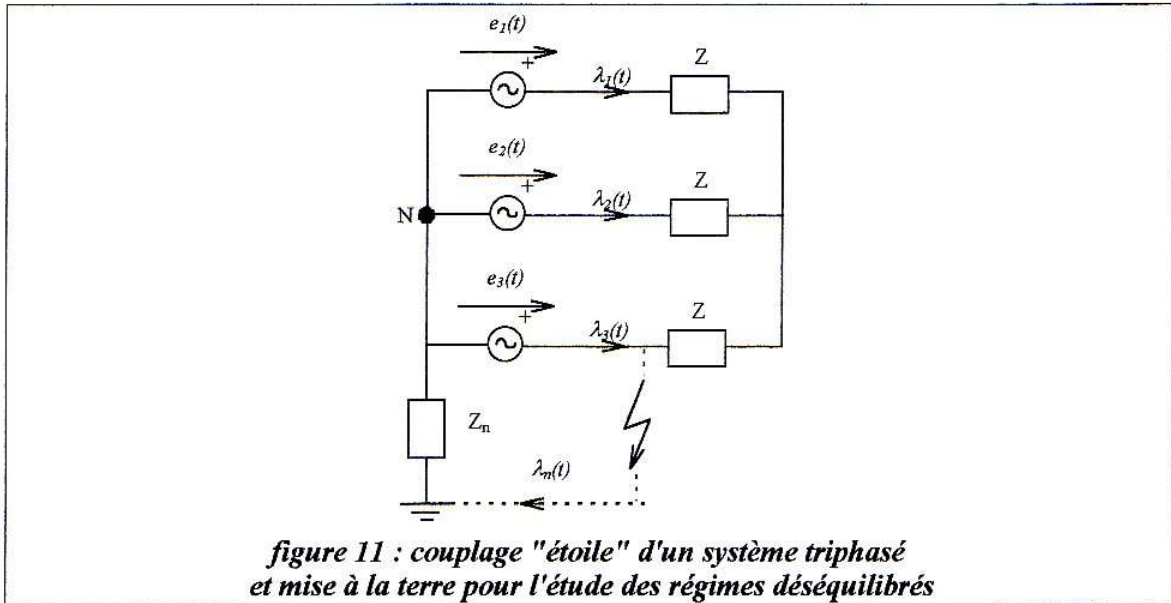
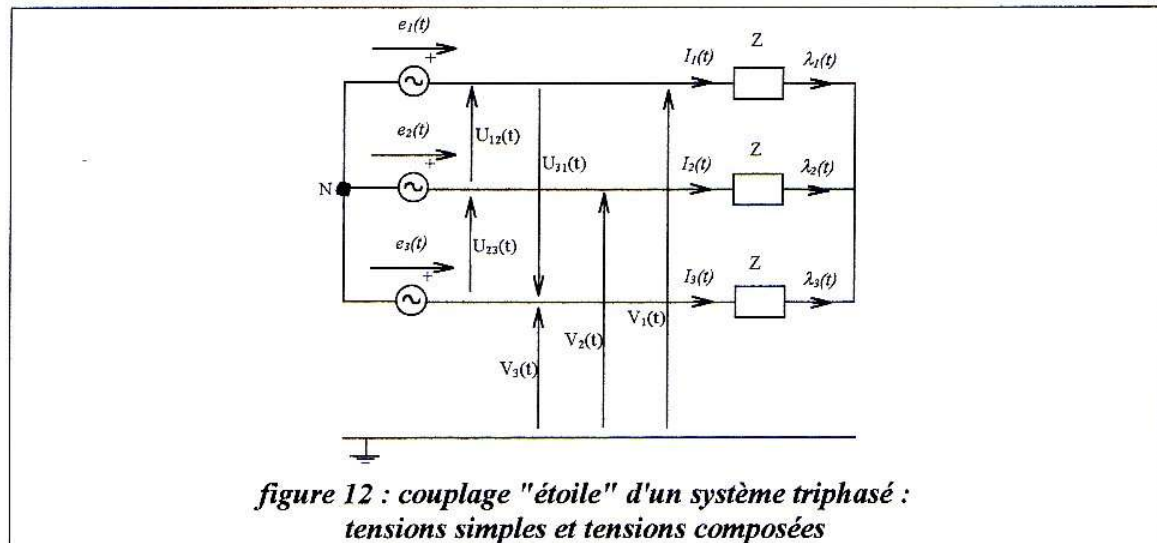


figure 10 : couplage "étoile" d'un système triphasé

Si le réseau est parfaitement équilibré (tant au niveau des sources que des charges), le courant $\lambda_n(t)$ qui circule dans le conducteur de retour est nul. Dans ces conditions, on pourrait donc ne pas le prévoir dans le montage et faire ainsi l'économie de trois conducteurs sur 6, par rapport au schéma de la figure 9. Toutefois, la conception et l'exploitation d'un réseau électrique ne peuvent être menées sans prendre en compte son fonctionnement en régime déséquilibré, tel qu'il peut par exemple apparaître lors d'un court-circuit entre une phase et la terre. Dans une telle situation, il est nécessaire de distinguer le point neutre N et la terre, qui pourra jouer le rôle du "conducteur de retour" pour les courants de court-circuit. La façon dont le point neutre est connecté à la terre sera déterminante dans l'évolution de ces courants de court-circuit. Ainsi, en régime déséquilibré, la figure 10 doit être complétée par l'impédance de mise à la terre du système triphasé :



Dès que l'étude du système triphasé se limite à des régimes équilibrés, la façon dont le point neutre est mis à la terre (nature de l'impédance Z_n) est sans importance. Le schéma d'étude peut se limiter à :



Sur la figure 12 apparaissent clairement deux types de tension :

- des tensions entre une phase et la terre, dites encore **tensions simples** : $V_i(t)$
- des tensions entre deux phases, dites encore **tensions composées** : $U_{ij}(t)$

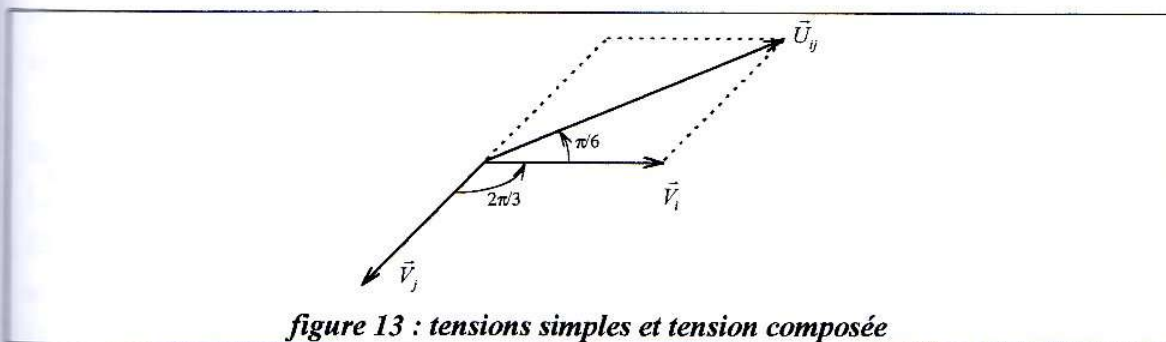
En revanche, le couplage "étoile" ne fait apparaître qu'un seul type de courant, qui circule à la fois dans les lignes et dans les charges : $I_i(t)$.

La relation instantanée entre tensions simples et tensions composées est :

$$\boxed{U_{ij}(t) = V_i(t) - V_j(t)} \quad (16)$$

$\{i, j\} \in \{1, 2, 3\}$

Cette relation se traduit, en régime sinusoïdal, par le schéma vectoriel suivant :



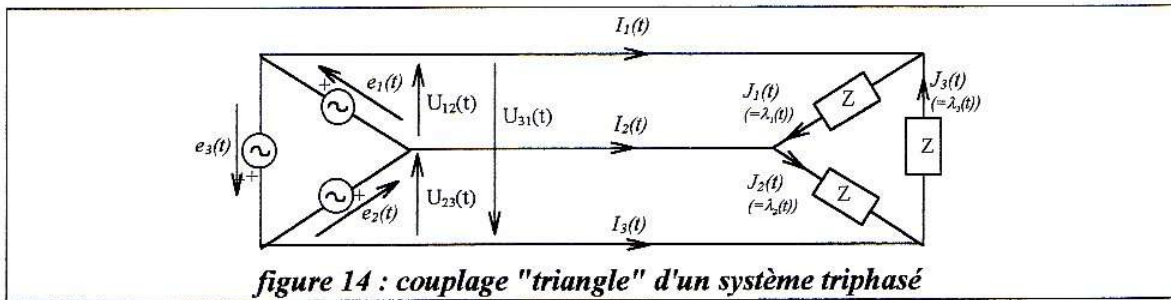
Un raisonnement géométrique élémentaire sur la figure ci-dessus montre que pour passer du vecteur \vec{V}_i au vecteur \vec{U}_{ij} , il faut multiplier le module par $\sqrt{3}$ et faire une rotation d'angle $+\pi/6$, d'où, en notation complexe :

$$\boxed{\vec{U}_{ij} = \sqrt{3}\vec{V}_i e^{j\pi/6}} \quad (17)$$

En cas de couplage "étoile", il est donc possible de mesurer deux types de tension : des tensions simples et des tensions composées. Elles sont reliées en module et en phase par la relation 16. En revanche, un seul type de courant peut être mesuré : le courant qui circule dans les charges.

Montage triangle

En remarquant sur la figure 9 que $e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0$, on peut encore connecter les circuits monophasés de la manière suivante :



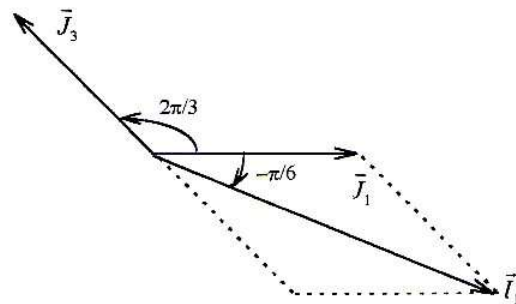
Alors que le couplage "étoile" introduisait deux types de tension (simple et composée), le couplage "triangle" introduit naturellement deux types de courant :

- les courants $I_i(t)$, qui circulent **dans les lignes** du réseau,
- les courants $J_i(t)$, qui circulent **dans les charges** elles-mêmes.

Supposons que les courants dans les charges $J_i(t)$ soient connus ; comment en déduire les courants dans les lignes ? La relation instantanée :

$$\boxed{I_1(t) = J_1(t) - J_3(t)} \quad (18)$$

conduit au diagramme vectoriel suivant :



Ce schéma permet d'établir la relation complexe :

$$\boxed{\bar{I}_1 = \sqrt{3} \bar{J}_1 e^{-j\pi/6}} \quad (19)$$

(remarque : deux autres relations similaires peuvent être établies par permutation circulaire des indices 1,2 et 3)

Si on ne connaît que les courants de ligne $I_i(t)$, il est encore possible de calculer les courants dans les charges en inversant la relation (18) :

$$\bar{J}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{I}_1 e^{j\pi/6}$$

Les sources de tensions étant couplées en triangle, il n'existe à priori pas de point neutre du système triphasé. Cependant, il est encore possible non seulement de calculer des tensions simples à partir des tensions composées en inversant la relation (17), mais encore de reconstituer physiquement un point neutre en installant un dispositif permettant de relier le réseau exploité à la terre. Ce dernier point relève de la technique d'exploitation des réseaux et sera développé dans les chapitres ad hoc.

Remarque importante

Les relations (17) et (19) ont été établies dans l'hypothèse d'un régime sinusoïdal équilibré. Elles ne peuvent être utilisées sans précaution en dehors de ce cadre. En particulier, si la somme des tensions simples n'est pas nulle (présence d'une tension homopolaire), la relation (17) ne peut plus être inversée. De même, en cas de courant homopolaire se rebouclant dans une charge couplée en triangle, la relation (19) n'est plus inversible. On doit dans ces cas revenir à des relations instantanées :

$$v_1(t) = \frac{1}{3} (v_n(t) + u_{12}(t) - u_{31}(t))$$

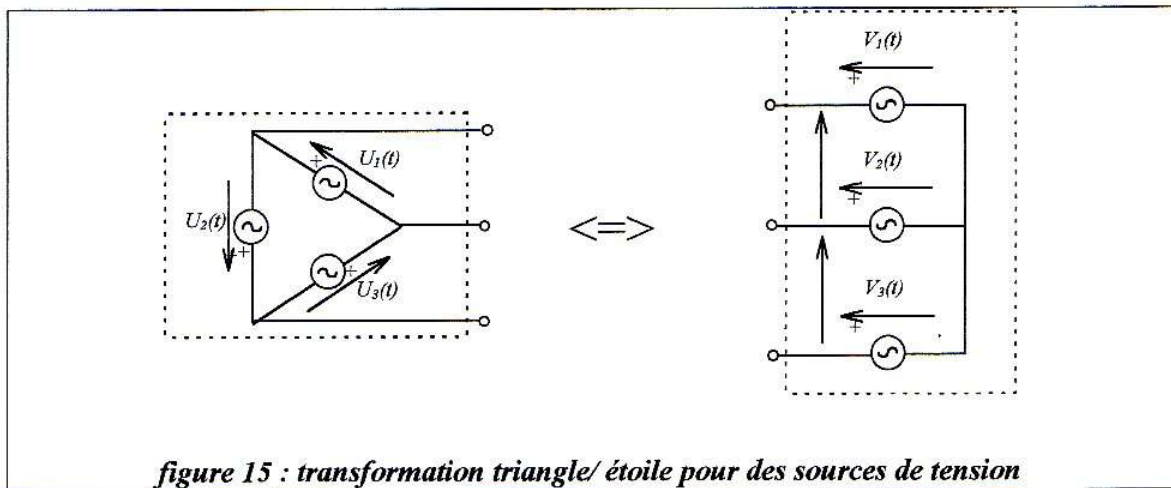
$$J_1(t) = \frac{1}{3} (J_n(t) + I_1(t) - I_3(t))$$

en posant :

$$v_n(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) \quad \text{et} \quad J_n(t) = J_1(t) + J_2(t) + J_3(t)$$

Transformation étoile/triangle

Supposons qu'une source de tension triphasée soit connectée en triangle. Il est possible de définir une source de tension triphasée connectée en étoile ayant, vue de ses bornes, exactement le même comportement en régime équilibré sinusoïdal que cette source connectée en triangle.



D'après la figure 12 et la relation (17), il suffit de poser :

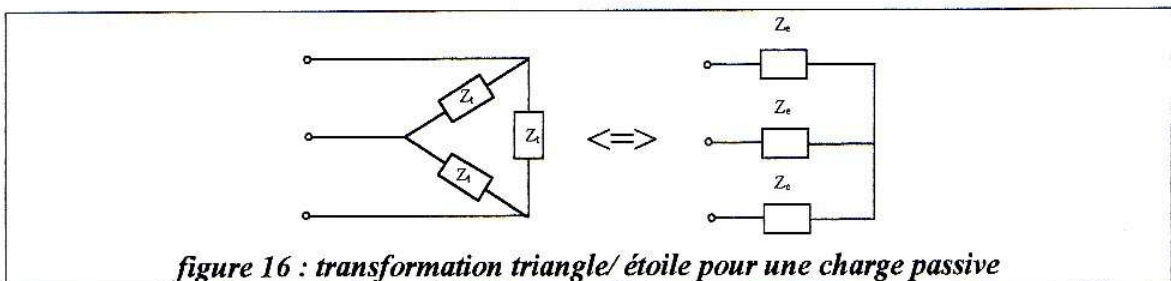
$$\bar{V}_i = \frac{\bar{U}_j}{\sqrt{3}} e^{-j\pi/6} \quad (20)$$

Cette relation est bien-sûr inversible, et permet aussi de passer d'une source "étoile" à une source "triangle" (relation (17)).

Considérons maintenant une charge passive, d'impédance complexe \bar{Z}_t , connectée en triangle. D'après les relations (17) et (19), il est possible de définir une charge connectée en étoile, d'impédance complexe \bar{Z}_e , ayant, vue de ses bornes, exactement le même comportement en régime sinusoïdal équilibré.

Il suffit de poser :

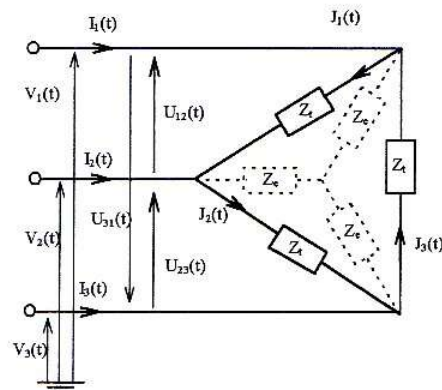
$$\bar{Z}_e = \frac{\bar{Z}_t}{3} \quad (21)$$



Les relations (20) et (21) permettent de convertir une source triphasée avec impédance interne, d'une connexion étoile en une connexion triangle, ou inversement.

Puissances en triphasé

Considérons une charge triphasée, connectée en étoile ou en triangle.



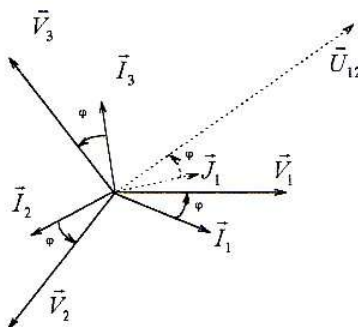
La puissance instantanée dissipée dans cette charge peut se calculer de deux manières différentes :

$$p(t) = V_1(t)I_1(t) + V_2(t)I_2(t) + V_3(t)I_3(t) \quad (\text{couplage étoile})$$

$$p(t) = U_{12}(t)J_1(t) + U_{23}(t)J_2(t) + U_{31}(t)J_3(t) \quad (\text{couplage triangle})$$

Il est important de noter que si la charge est connectée en triangle, le calcul de puissance peut encore être mené sur la charge étoile équivalente définie par la relation (21).

Le diagramme vectoriel relatif à cette charge triphasée est le suivant (par souci de clarté, les phases 2 et 3 pour la connexion en triangle ont été omises) :



D'après le paragraphe 4.4, la puissance instantanée dans une phase a pour expression :

$$p(t) = P(1 + \cos 2\omega t) - Q \sin 2\omega t$$

P et Q étant définies par les expressions (7) et (8).

Ainsi, pour l'ensemble de la charge triphasée, la puissance instantanée sera :

$$\begin{aligned} p(t) &= P(1 + \cos 2\omega t) - Q \sin 2\omega t \\ &+ P(1 + \cos(2\omega t - 4\pi/2)) - Q \sin(2\omega t - 4\pi/2) \\ &+ P(1 + \cos(2\omega t - 8\pi/2)) - Q \sin(2\omega t - 8\pi/2) \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$\boxed{p(t) = 3P} \quad (22)$$

Il apparaît donc qu'en régime sinusoïdal permanent, la puissance instantanée est **constante** dans une charge triphasée, ce qui représente un avantage par rapport au monophasé (voir relation (9)).

Toutefois, le fait que cette puissance instantanée globale soit constante n'empêche pas des fluctuations de puissance instantanée sur chaque phase prise séparément. En particulier, les conducteurs de phase devront encore être dimensionnés pour transiter la puissance réactive.

Nous retiendrons enfin que la puissance active et la puissance réactive peuvent être calculées en considérant

- les tensions simples V_i et les courants de ligne I_i .

ou

- les tensions composées U_{ij} et les courants dans la charge J_i .

bibliographie

- François MÉSA Méthodes d'étude des circuits électriques, chap. 3
Éditions EYROLLES, 1985
- J. Duncan GLOVER Power System Analysis and Design, chap. 2
& Mulukutla SARMA PWS Publishers, Boston, 1987

CALCUL DES TRANSITS DE PUISSANCES DANS UN RÉSEAU MAILLÉ

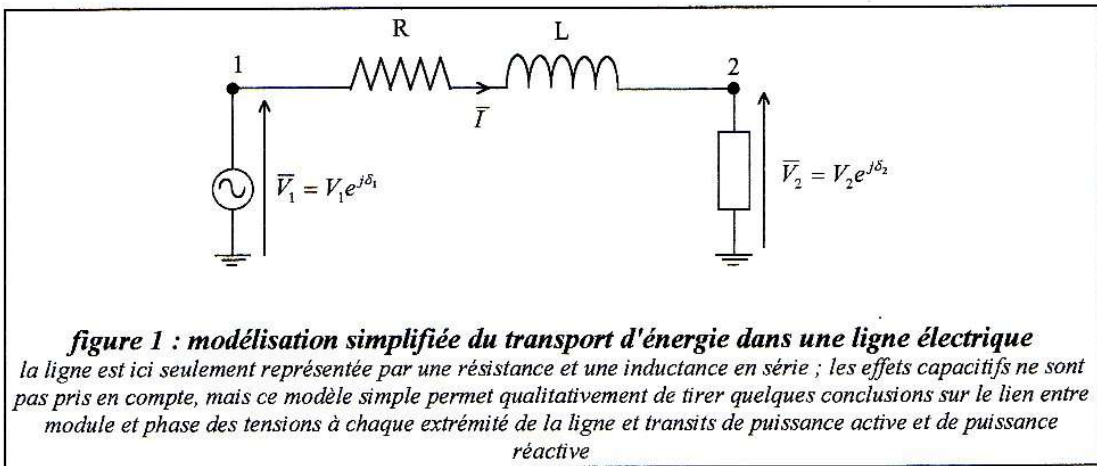
INTRODUCTION

présentation

L'exploitation d'un réseau de production, transport et distribution d'énergie électrique est soumise à de nombreuses contraintes. La première d'entre elles consiste à assurer l'équilibre entre la production et la consommation. C'est une contrainte technique : risquer de ne pouvoir la respecter, c'est mettre en danger la stabilité du réseau ; c'est aussi une contrainte économique : assurer un niveau de production fixé à chaque instant par la demande est une chose, assurer cette production au moindre coût, c'est-à-dire en utilisant au mieux les moyens de production disponibles en est une autre. En général, les charges du réseau sont imposées à l'exploitant. Elles se traduisent simplement par une consommation (voire une fourniture) de puissance active et réactive en certains points du réseau. Toute la puissance consommée doit être produite et acheminée via le réseau de transport et de distribution. Le réseau de transport étant maillé, on peut relier deux points quelconques (par exemple un point de production et un point de consommation) par plusieurs chemins différents. Fixer les niveaux de production des centrales ne permet donc en rien de savoir, a priori et simplement, comment la puissance produite va transiter sur le réseau. Or, cette connaissance des transits de puissance est fondamentale, ne serait-ce que pour s'assurer que les lignes ne sont pas surchargées. C'est l'objet du calcul de répartition (en anglais : "load flow") de déterminer, pour un niveau de charge et un plan de production donnés, comment se répartissent les transits de puissance sur le réseau. Au-delà de cette connaissance des transits, le calcul de répartition fournira également la valeur de la tension, en module et en phase, en chacun des nœuds du réseau. Ces informations aussi sont précieuses pour l'exploitant dont l'un des soucis est de maintenir la tension du réseau dans une plage donnée (voir le chapitre sur le réglage de tension).

transport d'énergie en régime alternatif

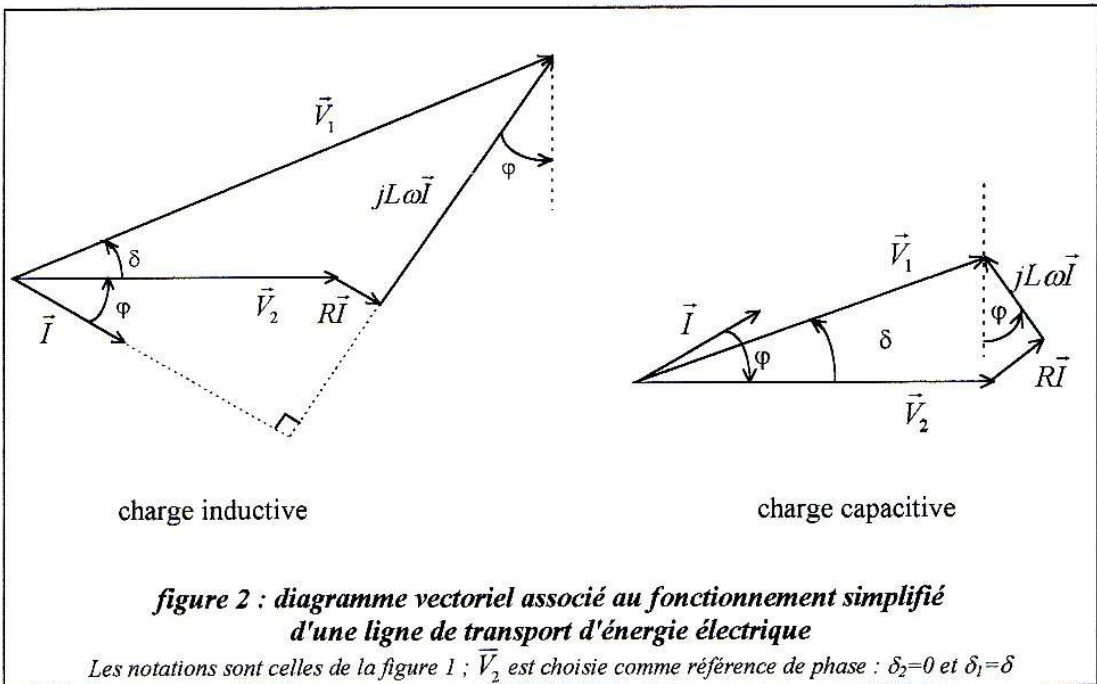
Supposons qu'une puissance active P et une puissance réactive Q doivent être acheminées d'un point de production 1 vers un point de consommation 2, via une simple ligne de transport monophasée. Pour simplifier les choses, supposons également (voir § 2.3) que la ligne de transport puisse être modélisée en régime permanent 50 Hz par une impédance $R+jL\omega$, avec $R \ll L\omega$.



L'équation, en notation complexe, qui régit ce simple circuit électrique est :

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + R\vec{I} + jL\omega\vec{I} \quad (1)$$

Cette équation conduit au diagramme vectoriel suivant :



Intuitivement, il est clair que les puissances transitées P (active) et Q (réactive) sont intimement liées à la tension appliquée entre les deux extrémités de la ligne : $v_1(t) - v_2(t)$. Si à chaque instant $v_1(t) = v_2(t)$, alors le courant dans la ligne est nul et $P=Q=0$.

Le transit de P et Q nécessite donc que $v_1(t)$ et $v_2(t)$ soient deux sinusoïdes distinctes. Elles peuvent l'être soit par leur module, soit par leur phase. Ces deux grandeurs n'auront pas nécessairement le même impact sur les transits de puissance active et réactive. Détaillons cet aspect fondamental du transport d'énergie électrique.

variation d'amplitude de la tension

Dans le diagramme vectoriel de la figure 2, on peut chercher à exprimer la projection du vecteur \vec{V}_1 sur un axe horizontal, puis sur un axe vertical, en fonction de la projection sur les mêmes axes des vecteurs \vec{V}_2 , $R\vec{I}$ et $jX\vec{I}$ (on note $X=L\omega$). On aboutit aux relations suivantes :

$$\begin{aligned} V_1 \cos \delta &= V_2 + RI \cos \varphi + XI \sin \varphi \\ V_1 \sin \delta &= -RI \sin \varphi + XI \cos \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

valables quelle que soit la nature de la charge, à condition de prendre $\varphi < 0$ pour une charge capacitive.

d'où, en élevant au carré chacune de ces équations et en faisant la somme membre à membre :

$$V_1^2 = V_2^2 + R^2 I^2 + X^2 I^2 + 2(RV_2 I \cos \varphi + XV_2 I \sin \varphi)$$

On peut déduire de cette relation :

$$V_1 - V_2 = \frac{R^2 I^2 + X^2 I^2 + 2RV_2 I \cos \varphi + 2XV_2 I \sin \varphi}{V_1 + V_2}$$

Dans cette relation :

RI^2 représente les pertes dans la ligne (notées P_L)

XI^2 représente la puissance réactive consommée par la ligne (notée Q_L)

$V_2 I \cos \varphi$ représente la puissance active transmise à la charge (notée P)

$V_2 I \sin \varphi$ représente la puissance réactive transmise à la charge (notée Q)

En notant par ailleurs :

$$V = (V_1 + V_2) / 2$$

$$\Delta V = V_1 - V_2$$

la relation ci-dessus devient :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\frac{1}{2}RP_L + \frac{1}{2}XQ_L + RP + XQ}{V^2} \quad (3)$$

Si on néglige les puissances (active et réactive) consommées par la ligne face à celles effectivement transmises à la charge :

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V} \approx \frac{RP + XQ}{V^2}} \quad (4)$$

Notons que dans des situations usuelles, sur les réseaux de transport (très haute tension) :

$$R \approx 0,1X$$

$$Q > 0,3P \text{ (c'est-à-dire : } \cos\varphi < 0,95)$$

Ainsi, dans la relation (4) :

$$\frac{\Delta V}{V} \approx \frac{XQ}{V^2}$$

Cette rapide analyse sur un modèle de ligne simplifié conduit donc à conclure que les écarts de tension sur un réseau de transport d'énergie (en amplitude) sont essentiellement liés aux transits de puissance réactive.

variation de la phase de la tension

Exprimons désormais le déphasage δ entre les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$, à partir de la deuxième relation de (2) :

$$\sin \delta = \frac{-RV_2 I \sin \varphi}{V_1 V_2} + \frac{XV_2 I \cos \varphi}{V_1 V_2}$$

ou encore :

$$\boxed{\sin \delta = \frac{XP - RQ}{V_1 V_2}} \quad (5)$$

Là encore, il n'est pas inutile de noter que dans des situations usuelles, sur les réseaux de transport :

$$R \approx 0,1X$$

$$Q < P \text{ (c'est-à-dire : } \cos\phi > 0,7)$$

En première approximation, la relation (5) se résume donc à :

$$\sin \delta \approx \frac{XP}{V_1 V_2}$$

La deuxième conclusion de cette analyse simplifiée est que les écarts de phase des tensions sur le réseau sont essentiellement liés aux transits de puissance active.

MODÉLISATION DU RÉSEAU

Ce chapitre décrit les modèles utiles pour mener un calcul de répartition de puissances dans un réseau d'énergie. Il rappelle quelques résultats fondamentaux du cours de modélisation, auquel il convient de se rapporter pour de plus amples développements.

généralités

Un calcul de répartition nécessite une mise en équation, donc une modélisation du réseau électrique étudié. Par ailleurs, ce calcul n'a d'intérêt que si le réseau est maillé. On s'intéressera donc essentiellement au réseau de transport, même si les méthodes décrites sont indépendantes du niveau de tension. Sur un tel réseau, on distingue essentiellement 4 types d'éléments fondamentaux :

des moyens de production,
des lignes,
des transformateurs de puissance,
des charges.

Notons que les charges ne sont qu'exceptionnellement des clients directement raccordés en THT. Elles représentent plus généralement un point de connexion au réseau de distribution (typiquement 63 kV), via un transformateur.

Notons également que les moyens de réglage de la puissance réactive (capacités, réactance, compensateurs statiques de puissance réactive) peuvent être assimilés à des charges ou à des moyens de production ne consommant ou ne fournissant que de la puissance réactive.

D'une manière générale, modéliser un réseau d'énergie, c'est avant tout faire un certain nombre d'hypothèses simplificatrices qui conditionneront à la fois la complexité et le domaine de validité du modèle.

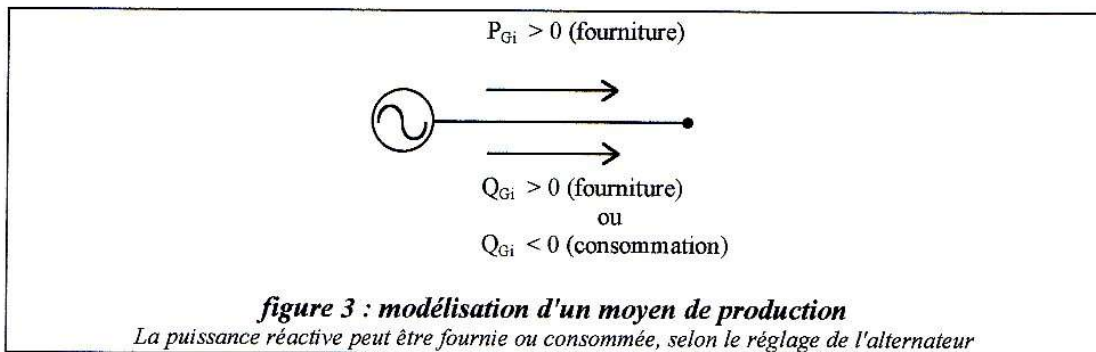
Les principales hypothèses retenues dans le cadre d'un calcul de répartition sont les suivantes : seul le comportement en régime permanent à 50 Hz est étudié ; le réseau est supposé linéaire.

Un choix important doit alors être fait : le calcul des transits de puissance se limite-t-il à un fonctionnement totalement équilibré du réseau, ou des régimes déséquilibrés doivent-ils pouvoir être pris en compte ? Dans le premier cas, l'étude du réseau peut être menée à partir d'un schéma monophasé équivalent. Cette approche est bien souvent suffisante dans le cadre de l'exploitation d'un réseau d'énergie. Elle permet déjà de prédéterminer, pour un plan de production et un niveau de charge donnés, quelle sera la charge de chacune des lignes du réseau en fonctionnement normal, et aussi quel sera le plan de tension du réseau.

Dans ces conditions, les modèles retenus sont les suivants :

moyens de production

Un moyen de production sera simplement représenté par une fourniture de puissance active P_{Gi} et une fourniture ou consommation de puissance réactive Q_{Gi} .

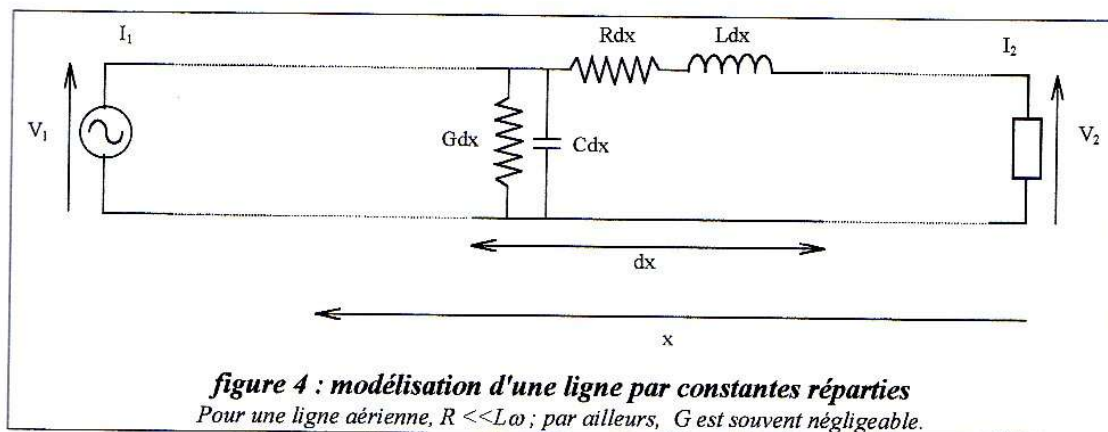


lignes

Considérons une ligne de transport d'énergie électrique parfaitement symétrique, et fonctionnant en régime équilibré. Son comportement peut être étudié en se limitant à un schéma monophasé équivalent. Par ailleurs, cette ligne se caractérise par des grandeurs *linéiques* : résistance R et inductance L (directes) en série, capacité C et conductance G (directes) en parallèle [1]. Ces grandeurs sont réparties le long de la ligne et s'expriment par unité de longueur :

$$\begin{aligned} Z_s &= R + jL\omega \quad (\text{en } \Omega / \text{km}) \\ Y_p &= G + jC\omega \quad (\text{en } \Omega^{-1} / \text{km}) \end{aligned} \quad (6)$$

d'où le schéma suivant :



La mise en équation liée au schéma ci-dessus fait intervenir des dérivées partielles de la tension et du courant par rapport à x , position le long de la ligne, et au temps t . La résolution de ces équations dans le cas particulier du régime permanent sinusoïdal conduit à :

$$\begin{bmatrix} V(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}nx & Z_c \operatorname{sh}nx \\ \frac{1}{Z_c} \operatorname{sh}nx & \operatorname{ch}nx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

avec :

$$n = \sqrt{Z_s Y_p} \quad (n \text{ est un nombre complexe, appelé "constante de propagation" : } n = a + jb)$$

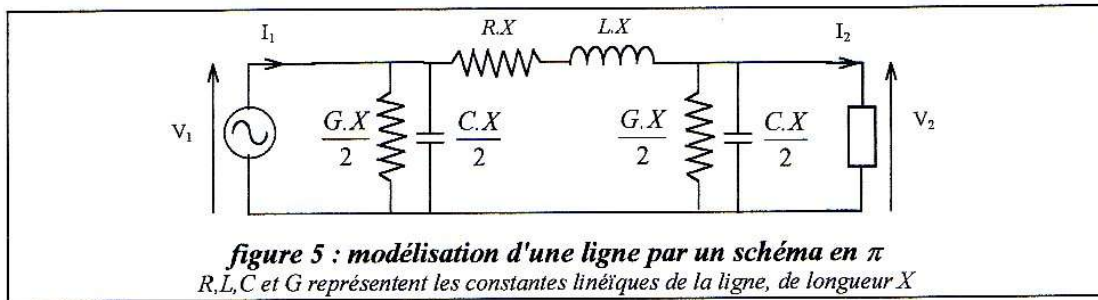
$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_s}{Y_p}} \quad (Z_c \text{ est aussi un nombre complexe, appelé "impédance caractéristique"})$$

Si on ne s'intéresse qu'au comportement de la ligne vue de ses extrémités, ce système devient :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}nX & Z_c \operatorname{sh}nX \\ \frac{1}{Z_c} \operatorname{sh}nX & \operatorname{ch}nX \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

où X désigne la longueur totale de la ligne.

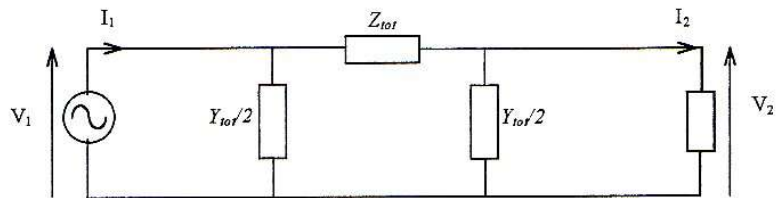
Considérons maintenant un modèle quadripolaire de la ligne sous la forme suivante, dite "schéma en π " :



Nous noterons :

$$Z_{tot} = Z_s \cdot X \quad \text{et} \quad Y_{tot} = Y_p \cdot X$$

Le schéma ci-dessus se résume alors à :



dont les équations sont :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Y_{tot} Z_{tot}}{2} & Z_{tot} \\ Y_{tot} + \frac{Y_{tot}^2 Z_{tot}}{4} & 1 + \frac{Y_{tot} Z_{tot}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Le modèle à constantes concentrées de la figure 5 ne représentera bien le comportement de la ligne vue de ses extrémités que si les équations matricielles (7) et (8) conduisent à des résultats similaires. En d'autres termes, à quelles conditions les matrices carrées intervenant dans (7) et (8) sont-elles "quasiment" identiques ?

Il est possible de développer les ch et sh de (7) en série :

$$\begin{aligned} chnX &= 1 + \frac{(nX)^2}{2!} + \dots = 1 + \frac{Z_s Y_p X^2}{2} + \dots = 1 + \frac{Z_{tot} Y_{tot}}{2} + \dots \\ Z_c shnX &= \sqrt{\frac{Z_s}{Y_p}} (nX + \dots) = \sqrt{\frac{Z_s}{Y_p}} \sqrt{Z_s Y_p} X + \dots = Z_{tot} + \dots \end{aligned}$$

$$\frac{1}{Z_c} \operatorname{sh} nX = \frac{1}{Z_c} \left(nX + \frac{(nX)^3}{3!} + \dots \right) = \sqrt{\frac{Y_p}{Z_s}} \sqrt{Z_s Y_p} X + \sqrt{\frac{Y_p}{Z_s}} \frac{\sqrt{Z_s Y_p Z_s Y_p}}{6} X^3 + \dots = Y_{tot} + \frac{Y_{tot}^2 Z_{tot}}{6} + \dots$$

On retrouve (presque...) dans les premiers termes de ces développements en série les termes de la matrice (8). On peut par ailleurs montrer que les termes résiduels (notés $+\dots$) sont d'autant plus faibles que la ligne est courte.

Le schéma en π constitue donc une approximation du modèle de ligne à constantes réparties. Cette approximation reste très correcte tant que la ligne n'est pas trop longue. Pour préciser quelques ordres de grandeur, étudions un exemple concret.

exemple

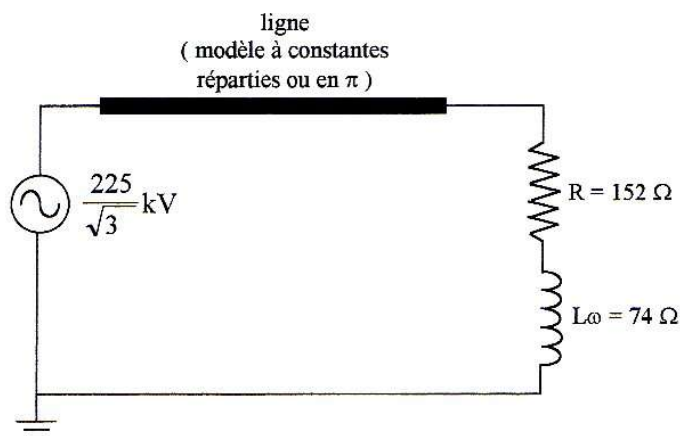
Considérons une ligne triphasée 225 kV, dont les caractéristiques linéiques sont, en régime direct :

$$Z_{série} = 0,04 + j0,4 \text{ } \Omega / \text{ km}$$

$$C_{shunt} = 15 \text{ nF / km}$$

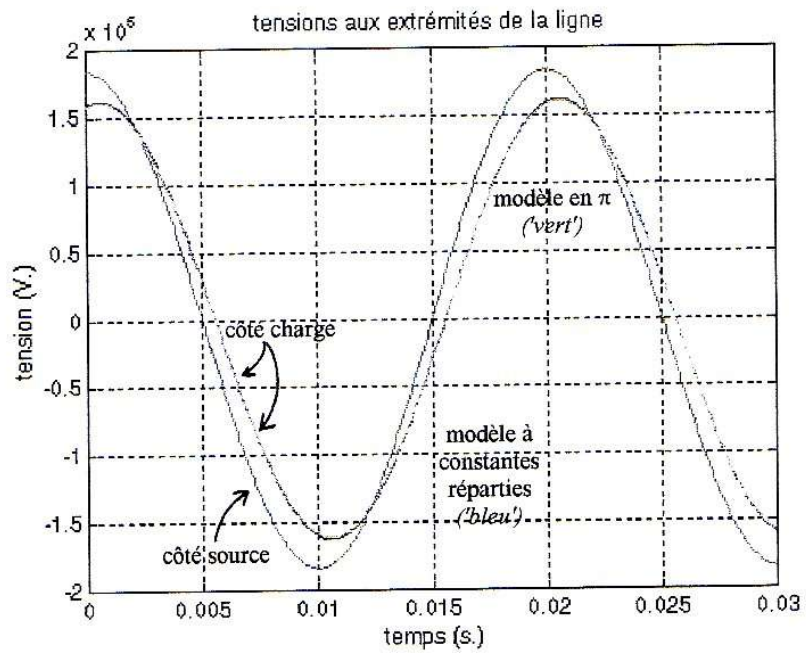
On suppose que cette ligne admet un courant maximal de 770 A (soit une charge de 270 MW pour un facteur de puissance $\cos\varphi = 0,9$).

Le schéma monophasé permettant de simuler le fonctionnement en régime permanent, quasiment en pleine charge, de la ligne est le suivant :

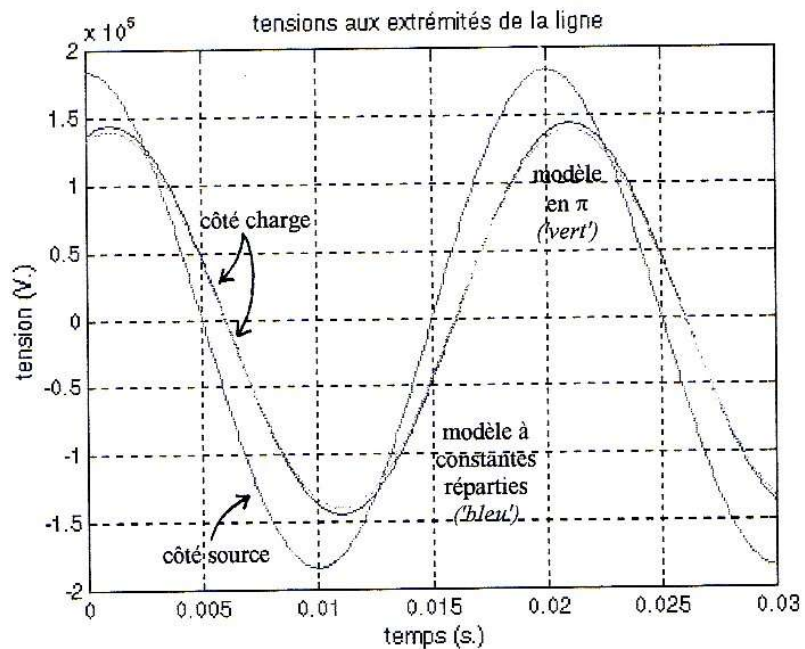


Les calculs exposés ci-dessus conduisent aux résultats suivants :

- longueur de la ligne = 100 km



- longueur de la ligne = 200 km

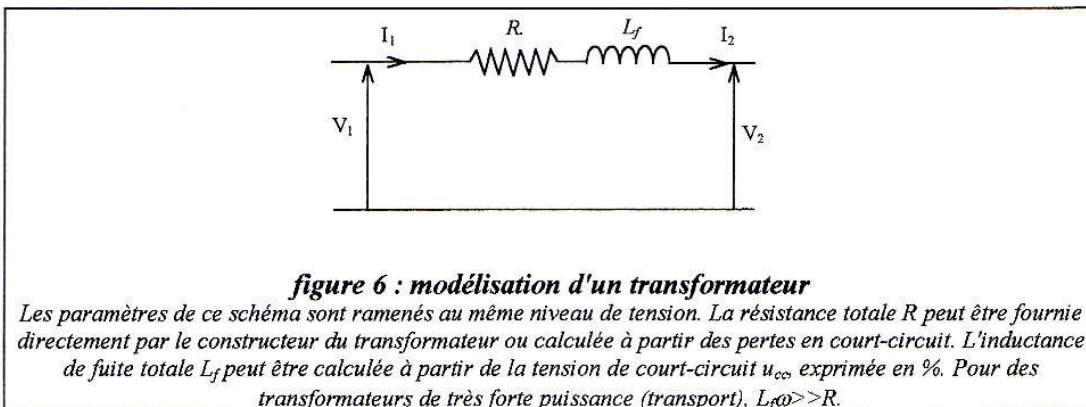


Il est important de garder à l'esprit qu'un schéma en π peut être un modèle très précis du comportement d'une ligne aérienne en régime permanent (50 Hz) équilibré, tout en étant un modèle très mauvais pour étudier le comportement de cette même ligne dans d'autres conditions de fonctionnement, par exemple en régime transitoire hautes fréquences. En effet, un tel modèle ne peut pas, par nature, représenter les phénomènes de propagation le long de la ligne, tels que ceux apparaissant par exemple lors de la mise sous tension de la ligne ou lors d'un choc de foudre. Il n'y a pas de bon ou de mauvais modèle dans l'absolu ; il n'existe que des modèles adaptés, ou pas, à l'étude d'un phénomène donné. Le modèle en π est bien adapté au calcul de répartition des puissances dans un réseau de transport d'énergie.

transformateurs

Un transformateur est bien modélisé, à 50 Hz, par un schéma équivalent monophasé faisant intervenir un transformateur idéal, des éléments en série (les résistances des enroulements primaire et secondaire et les inductances de fuites) et des éléments en parallèle (l'inductance de magnétisation et éventuellement une résistance modélisant les pertes "fer"). Ramené au même niveau de tension (primaire ou secondaire), ce schéma peut se réduire à un simple schéma en T. Ce schéma admet lui-même un équivalent en π .

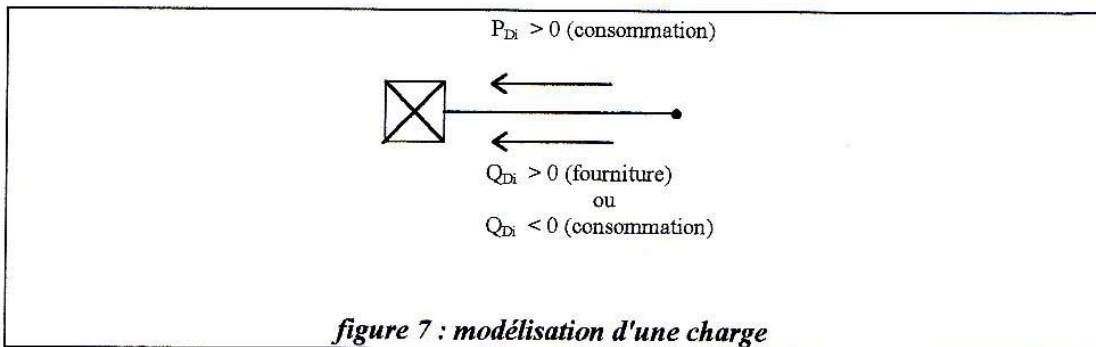
Il n'est pas rare que soient négligées dans un calcul de répartition les éléments en parallèle du schéma équivalent, dont l'influence est surtout sensible lorsque le réseau est très peu chargé. Dans ce cas, le schéma équivalent du transformateur, ramené au même niveau de tension, se réduit à une simple impédance "série" dont la résistance représente la résistance totale des enroulements primaire et secondaire, et dont l'inductance représente l'inductance de fuite totale entre enroulement primaire et enroulement secondaire.



charges

Une charge sera simplement représentée par une consommation de puissance active P_{Di} et une fourniture ou consommation de puissance réactive Q_{Di}

La puissance réactive peut être fournie ou consommée, selon la nature de la charge : capacitive ou réactive. Notons qu'une telle modélisation permet de représenter aussi bien des charges connectées directement sur le réseau de transport (cas exceptionnel) que des points de connexion au réseau de répartition ou de distribution, ou encore des éléments du réseau tels que des moyens de compensation de la puissance réactive



MISE EN ÉQUATIONS

méthode nodale

Considérons un réseau de transport d'énergie comprenant N nœuds. En adoptant la modélisation décrite précédemment, chacun de ces nœuds peut être représenté conformément à la figure 8.

En régime linéaire sinusoïdal 50 Hz, chaque courant ou tension est entièrement défini par la donnée d'un module et d'une phase. La notation complexe est alors parfaitement adaptée à la mise en équations du réseau. C'est ainsi que les admittances \bar{Y}_{ikp} et \bar{Y}_{iks} sont elles aussi des grandeurs complexes. Dans ces conditions, et en notant \bar{V}_i la tension au nœud i , la figure 8 conduit à la mise en équations suivante :

$$\bar{I}_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \bar{Y}_{ikp} \bar{V}_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \bar{Y}_{iks} (\bar{V}_i - \bar{V}_k) \quad (9)$$

\bar{I}_i représente alors la somme des courants en provenance des charges et des moyens de production connectés au nœud i . Si ce nœud est un simple nœud d'interconnexion, il est clair que $\bar{I}_i = 0$. L'équation (9) peut encore être exprimée ainsi :

$$\bar{I}_i = \sum_{k=1}^N \bar{Y}_{ik} \bar{V}_i \quad (10)$$

avec :

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{ik} &= -\bar{Y}_{iks} \quad \text{si } i \neq k \\ \bar{Y}_{ii} &= \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N (\bar{Y}_{iks} + \bar{Y}_{ikp}) \end{aligned} \quad (11)$$

Appliquée à tous les nœuds, la relation (10) conduit à une relation matricielle du type :

$$[I] = [Y][V] \quad (12)$$

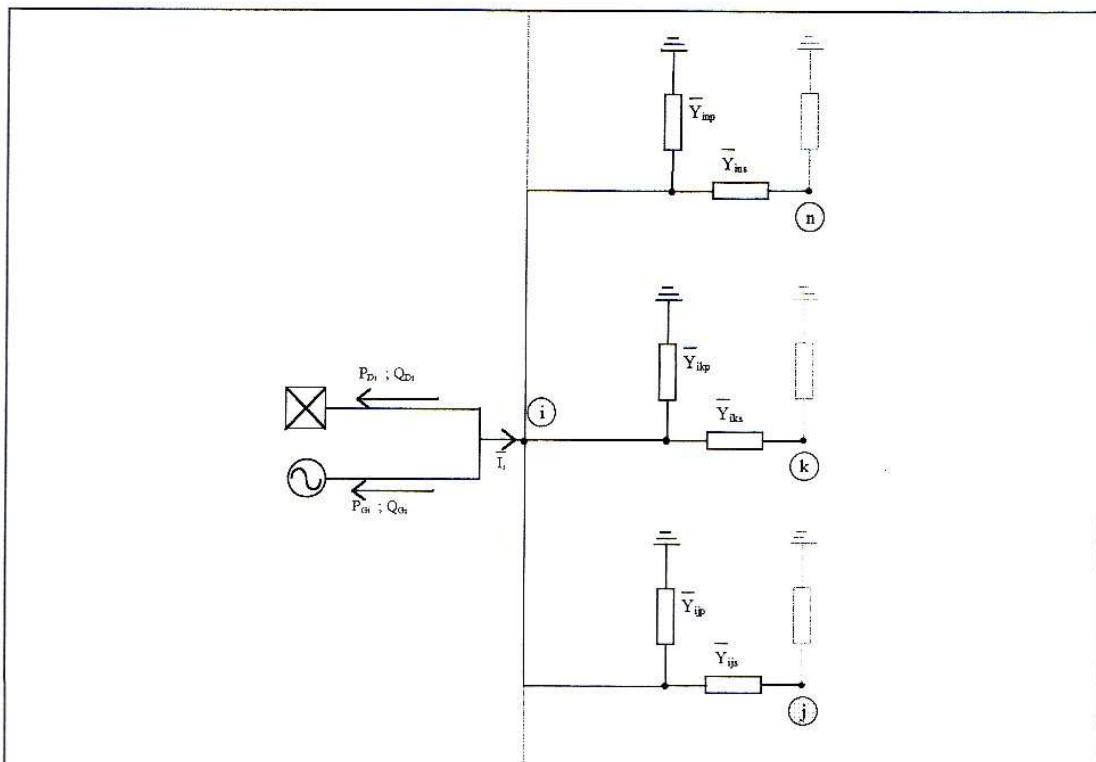


figure 8 : représentation générale d'un nœud

Le nœud i peut être connecté à de nombreux autres nœuds du réseau. Chacune de ces connexions peut faire intervenir des admittances séries notées Y_{ikp} et des admittances parallèles notées Y_{iks} . Éventuellement, $Y_{ikp} = 0$ (par exemple si la connexion $i \rightarrow k$ est un transformateur). P_{Gi} représente la puissance active fournie par tous les moyens de production connectés au nœud i , Q_{Gi} toute la puissance réactive fournie (ou consommée selon le signe) par tous les moyens de production connectés au nœud i , etc.

Dans la relation (12), $[I]$ représente le vecteur colonne d'ordre N de tous les courants \bar{I}_i , $[V]$ représente le vecteur colonne d'ordre N de toutes les tensions simples \bar{V}_i et $[Y]$ est la matrice symétrique des admittances du réseau, obtenue avec la règle simple suivante : le $i^{\text{ème}}$ élément

diagonal est obtenu en faisant la somme de toutes les admittances ("série" et "parallèle") arrivant au nœud i ; le terme hors diagonale à la croisée de la colonne i et de la ligne j correspond à l'admittance série de la liaison *directe* entre le nœud i et le nœud j . Si ces deux nœuds ne sont pas "voisins" (c'est-à-dire reliés par un seul élément de réseau : ligne ou transformateur), l'admittance en question est nulle. Cette observation permet d'affirmer d'ores et déjà que pour un réseau de taille réelle la matrice $[Y]$ sera très "creuse" (remplie de zéros). Bien sûr, la connaissance exhaustive du réseau permet de supposer connue la matrice $[Y]$.

Formulé par (12), notre problème (qui consiste, rappelons-le, à calculer toutes les tensions \bar{V}_i puis tous les transits de puissance dans les différentes branches du réseau) ne semble guère plus compliqué à résoudre qu'un système linéaire. Cependant, force est de constater que les courants \bar{I}_i restent des grandeurs très mal adaptées à la formulation du problème en terme d'exploitation du réseau. En effet, ce sont bien les puissances qui définissent les charges et les moyens de productions, et non les courants qui en proviennent. De même, ce sont bien des transits de puissances (active et réactive) et des tensions que l'exploitant du réseau cherchera à fixer, et non des courants, qui apparaîtront comme la conséquence des consignes de puissances et de tension dans le réseau, et qu'on se contentera de mesurer pour veiller à ne pas dépasser des valeurs limites.

utilisation des puissances

La formulation (12) doit donc être modifiée pour supprimer les courants et introduire les P_{Gi} , P_{Di} , Q_{Gi} et Q_{Di} . Pour cela, nous pouvons définir une puissance complexe au nœud i par :

$$\bar{S}_i = (P_{Gi} - P_{Di}) + j(Q_{Gi} - Q_{Di}) \quad (13)$$

Nous noterons plus simplement :

$$\bar{S}_i = P_i + jQ_i \quad (14)$$

On peut montrer que :

$$\bar{S}_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^* \quad (15)$$

où \bar{I}_i^* désigne le complexe conjugué de \bar{I}_i .

Posons par ailleurs :

$$\begin{aligned} \bar{V}_k &= V_k e^{j\delta_k} \\ \bar{Y}_{ik} &= Y_{ik} e^{j\gamma_{ik}} \end{aligned} \quad (16)$$

Alors, en combinant (12), (15) et (16), il vient :

$$\bar{S}_i^* = V_i e^{-j\delta_i} \sum_{k=1}^N y_{ik} e^{j\gamma_{ik}} V_k e^{j\delta_k}$$

ou encore :

$$\bar{S}_i^* = \sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \cos(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i) + j \sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \sin(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i)$$

Cette relation complexe fournit deux relations réelles :

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \cos(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i) \\ Q_i &= - \sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \sin(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i) \end{aligned} \quad (17)$$

Ces deux relations sont fondamentales. Elles permettent de relier les puissances active et réactive fournies (ou consommées) en chaque nœud i ($i=1$ à N) aux tensions (en module et phase) présentes sur l'ensemble du réseau.

mise en forme définitive

Une rapide analyse conduit aux constatations suivantes :

chaque nœud fournissant 2 équations de type (17), nous disposons de $2N$ équations
chaque nœud se caractérisant aussi par 6 variables : V_i , δ_i , P_{Gi} , Q_{Gi} , P_{Di} et Q_{Di} , nous disposons a priori de $6N$ variables

Pour aboutir à un système soluble, il convient donc de fixer parmi les $6N$ variables ci-dessus $2N$ inconnues et $4N$ paramètres de valeur connue. Comment cet impératif mathématique peut-il se confondre avec la réalité des contraintes d'exploitation du réseau ?

La première hypothèse consiste à supposer que les charges du réseau sont imposées à l'exploitant ; c'est le cas tant que le réseau fonctionne normalement. Cette hypothèse revient à fixer en chaque nœud i les P_{Di} et Q_{Di} . Restent donc $4N$ variables à répartir entre inconnues et paramètres.

Nous pouvons constater que bon nombre de nœuds vont se caractériser par :

$$P_{Gi} = Q_{Gi} = 0$$

Ce sont tous les nœuds auxquels ne sont reliés aucun moyen de production. Pour tous ces nœuds, V_i et δ_i seront inconnus.

Reste à traiter les nœuds auxquels sont reliés des moyens de production. De tels nœuds sont en fait reliés à des alternateurs dont la tension statorique est en général régulée à une valeur de consigne grâce à une boucle d'asservissement permettant de modifier la tension d'excitation. Cet asservissement n'est bien sûr valable qu'en module. On peut donc considérer que V_i est connu (imposé par l'exploitant). De même, la puissance active que fournira l'alternateur est directement liée à la puissance mécanique admise aux turbines. Cette puissance aussi est fixée par l'exploitant. Un nœud auquel est connecté un moyen de production est donc a priori un nœud pour lequel P_{Gi} et V_i sont des paramètres, Q_{Gi} et δ_i sont des inconnues. Il est à noter qu'il existe physiquement un très fort couplage entre P_{Gi} et δ_i d'une part, Q_{Gi} et V_i d'autre part. On peut donc considérer schématiquement que δ_i s'adapte pour maintenir P_{Gi} constant et que Q_{Gi} s'adapte pour maintenir V_i constant.

L'approche ci-dessus semble cohérente : elle conduit bien à $2N$ équations pour $2N$ inconnues. Toutefois, un raisonnement physique simple montre qu'elle n'est pas satisfaisante, ou du moins qu'elle doit être complétée. En effet, notre démarche nous a conduit jusqu'alors à fixer P_{Gi} et P_{Di} en chacun des nœuds du réseau. Or, ceci n'est pas réaliste dans la mesure où doit être vérifiée la relation :

$$\sum_{k=1}^N P_{Gi} - \sum_{k=1}^N P_{Di} = P_L \quad (18)$$

P_L désignant l'ensemble des pertes dans le réseau.

Ces pertes ne peuvent en aucun cas être une donnée du calcul de répartition. Elles apparaissent comme la conséquence des différents transits de puissance, et ne peuvent donc être fixées par avance. Ne connaissant pas P_L , il est donc impossible de fixer tous les P_{Gi} et P_{Di} tout en vérifiant (18).

Cette réflexion nous amène à introduire un nœud particulier, dit "nœud bilan", pour lequel ni P_{Gi} ni Q_{Gi} ne seront a priori fixés. Ce nœud permettra d'assurer l'équilibre production/consommation, en tenant compte des pertes (puissance active) et des consommations ou fournitures de puissance réactive par les éléments du réseau lui-même (lignes, bancs de condensateur, ...). Un tel nœud sera donc caractérisé par deux paramètres fixés : V_i et δ_i . Notons que le fait de fixer arbitrairement δ_i en un des nœuds du réseau

correspond à une réalité physique qui transparait dans les équations (17) : seules des différences de phase entre les différentes tensions importent, et non les valeurs absolues de ces phases, définies par rapport à une référence arbitraire (par exemple δ_i au nœud bilan). Dans un calcul de répartition, on aura intérêt à prendre pour nœud bilan le nœud auquel est connectée la source la plus puissante. On qualifiera souvent cette source de "réseau de puissance infinie".

En résumé, on distingue pour résoudre les $2N$ équations représentées par (17) 3 types de nœud :

des nœuds PQ (ie : à P_{Gi} et Q_{Gi} connues)

ce sont les nœuds auxquels ne sont connectées que des charges, des banc de capacité, ..., ou encore les nœuds de connexion simple.

des nœuds PV (ie: à P_{Gi} et V_i connues)

ce sont ceux auxquels sont raccordés les alternateurs régulés en tension

un nœud $V\delta$ (ie : à V_i et δ_i connus)

c'est le nœud bilan

Notons que pour maintenir la tension constante aux bornes d'un alternateur, on est amené à jouer sur la puissance réactive qu'il débite ou consomme. Or, cette puissance réactive est bornée. Si la valeur maximale est atteinte, il se peut que l'on fixe Q_{Gi} et que V_i soit alors "flottante". Dans une telle situation, l'alternateur devient un nœud PQ.

RÉSOLUTION NUMÉRIQUE

généralités

Le système constitué par les $2N$ équations (17) comporte bien, après identification des différents nœuds (PQ, PV, bilan) $2N$ inconnues. La présence du nœud bilan permet d'espérer que ce système admette une solution. La difficulté majeure réside alors dans le fait que ce système n'est pas linéaire, à cause des fonctions *sin* et *cos*. D'un problème simple à résoudre exprimé par (12), mais mal formulé car ne faisant pas intervenir les grandeurs physiques utilisées par l'exploitant, nous sommes passés à un problème bien formulé (17), mais difficile à résoudre numériquement.

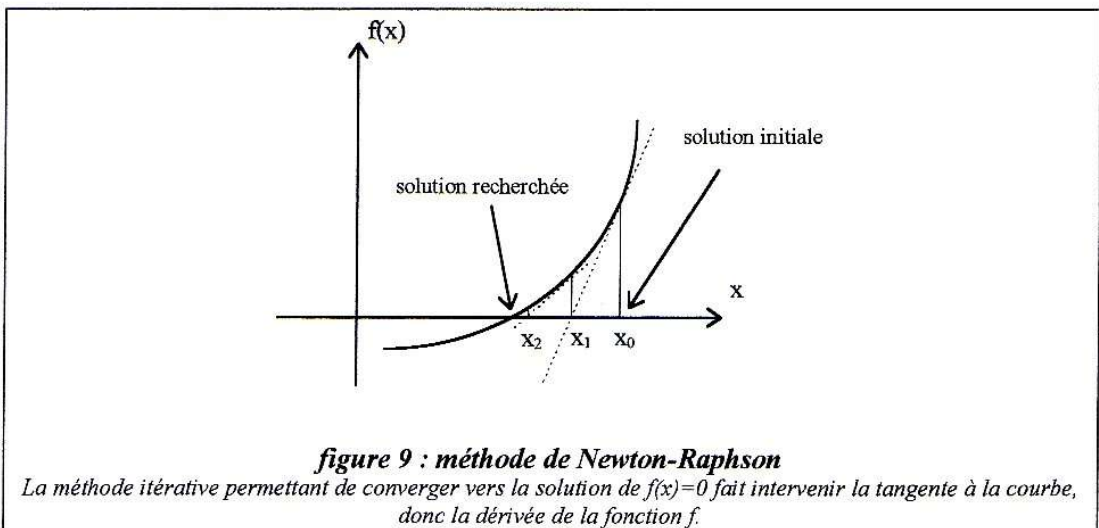
méthode de Newton-Raphson

Cette méthode permet de trouver numériquement (et non analytiquement) la solution d'un système non linéaire. Le principe de cette méthode est facile à appréhender pour une simple équation non linéaire ("système" de une équation à une inconnue).

Supposons que l'équation à résoudre puisse s'exprimer sous la forme :

$$f(x) = 0$$

Supposons par ailleurs que l'on connaisse une valeur x_0 "proche" de la solution cherchée. À partir de x_0 , on peut calculer une nouvelle valeur x_1 en déterminant l'intersection de la tangente en x_0 à la courbe $f(x)$ avec l'axe des abscisses : voir figure 9.



Appliquée de manière itérative, cette méthode peut permettre de converger vers la solution recherchée. La relation de récurrence reliant x_n et x_{n+1} est la suivante :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (19)$$

Il est important de noter que la convergence de cette méthode n'est pas inconditionnelle. Ainsi, si la fonction $f(x)$ présente par exemple des minima locaux et si la valeur initiale x_0 est trop éloignée de la solution recherchée, il est graphiquement aisé de comprendre que la méthode peut ne pas converger.

Pour pouvoir être appliquée à la résolution du système (17), cette méthode doit être étendue au cas des fonctions de plusieurs variables et des systèmes de plusieurs équations. De manière générale, considérons le système suivant :

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \\ \dots \\ f_N(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

On peut montrer que la méthode de Newton-Raphson peut encore être appliquée, mais sous la forme itérative suivante :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}_n - J_n^{-1} \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_N)_n \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_N)_n \\ \dots \\ f_N(x_1, x_2, \dots, x_N)_n \end{pmatrix}$$

où J_n^{-1} désigne l'inverse de la matrice jacobienne des dérivées partielles :

$$J_n = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_1, x_2, \dots, x_N)_n & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial x_1}(x_1, x_2, \dots, x_N)_n \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x_1, x_2, \dots, x_N)_n & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial x_2}(x_1, x_2, \dots, x_N)_n \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_N}(x_1, x_2, \dots, x_N)_n & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial x_N}(x_1, x_2, \dots, x_N)_n \end{bmatrix}$$

application au calcul de répartition

Pour appliquer la méthode de Newton-Raphson au calcul de transits de puissance dans un réseau d'énergie, il convient de répertorier les nœuds en fonction de leur nature. Supposons que les N nœuds du réseau se répartissent comme suit :

K nœuds PV (inconnues : Q_{Gi} et δ_i)

N-K-1 nœuds PQ (inconnues : V_i et δ_i)

1 nœud bilan V δ (inconnues : P_{Gi} et Q_{Gi})

Le système (17) peut être mis sous la forme :

$$\begin{aligned} f_{pi} &= P_{Gi} - P_{Di} - \sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \cos(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i) \\ f_{qi} &= Q_{Gi} - Q_{Di} + \sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \sin(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i) \end{aligned}$$

Le but est alors de résoudre :

$$\begin{aligned} f_{pi} &= 0 \\ f_{qi} &= 0 \end{aligned}$$

Dans un premier temps, nous pouvons isoler un vecteur de (2N-K-2) inconnues :

$$X = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \dots \\ \delta_{N-1} \\ V_1 \\ \dots \\ V_{N-K-1} \end{bmatrix}$$

Ces (2N-K-2) inconnues vérifient le système de (2N-K-2) équations suivant :

$$\begin{cases} f_{p1}(\delta_1, \dots, \delta_{N-1}, V_1, \dots, V_{N-K-1}) = 0 \\ \dots \\ f_{pN-1}(\delta_1, \dots, \delta_{N-1}, V_1, \dots, V_{N-K-1}) = 0 \\ f_{q1}(\delta_1, \dots, \delta_{N-1}, V_1, \dots, V_{N-K-1}) = 0 \\ \dots \\ f_{qN-K-1}(\delta_1, \dots, \delta_{N-1}, V_1, \dots, V_{N-K-1}) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

Les équations $f_{pi}=0$ sont relatives aux nœuds PV et PQ. Les équations $f_{qi}=0$ sont relatives aux nœuds PQ. Ce système peut être résolu avec la méthode de Newton-Raphson décrite précédemment.

Il est à noter que les dérivées partielles intervenant dans la matrice jacobienne peuvent être calculées analytiquement. Par exemple :

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{pi}}{\partial \delta_i} = -\sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \sin(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i)$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{pi}}{\partial \delta_j} = V_i V_j y_{ij} \sin(\gamma_{ij} + \delta_j - \delta_i)$$

Il faut encore pour appliquer la méthode de Newton-Raphson déterminer une solution approchée permettant d'initialiser le processus itératif. Il existe pour cela au moins deux démarches.

La première consiste à fixer :

V_i = tension nominale du réseau (quel que soit i)

$\delta_i = 0$ (quel que soit i)

Ces hypothèses sont naturellement très simplificatrices. Elles permettent cependant une convergence dans la majorité des cas, au moins pour des réseaux pas trop grands.

La deuxième démarche consiste à considérer :

V_i = tension nominale du réseau (quel que soit i)

δ_i proche de 0 (quel que soit i)

$\gamma_{ij} = -\pi/2$ (quels que soient i et j)

La dernière hypothèse revient à assimiler les lignes et les transformateurs à des inductances pures. Dans ces conditions, les sinus et cosinus des équations (21) peuvent être assimilés à leur développement limité au premier ordre autour de 0. Le système (21) devient linéaire et sa résolution fournit une solution qui sera le point de départ de la méthode de Newton-Raphson.

Après convergence, c'est-à-dire une fois déterminées les valeurs de tous les V_i et δ_i , les puissances réactives Q_{Gi} aux nœuds PV peuvent être calculées grâce à la relation :

$$Q_{Gi} = Q_{Di} - \sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \sin(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i)$$

De même, les puissances actives et réactives au nœud bilan sont calculées ainsi :

$$P_{Gi} = P_{Di} + \sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \cos(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i)$$

$$Q_{Gi} = Q_{Di} - \sum_{k=1}^N V_i V_k y_{ik} \sin(\gamma_{ik} + \delta_k - \delta_i)$$

En général, on fixe $P_{Di} = Q_{Di} = 0$ au nœud bilan. Les signes de P_{Gi} et Q_{Gi} permettent alors de savoir si le réseau fournit ou demande de la puissance active et réactive au nœud bilan.

Les pertes dans le réseau sont alors simples à déterminer :

$$P_L = \sum_{i=1}^N P_{Gi} - \sum_{i=1}^N P_{Di}$$

mise en œuvre pratique

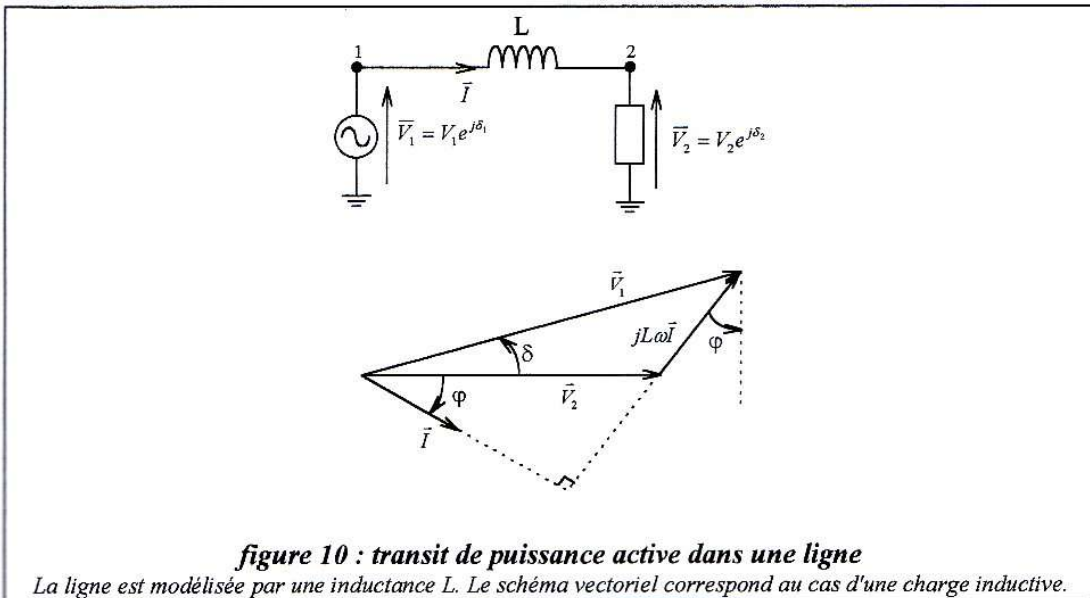
Il est important de noter que la démarche décrite donne lieu dans des logiciels professionnels à des astuces de calcul numérique permettant d'accélérer la résolution des équations et de s'affranchir de problèmes de précision inhérents aux grands systèmes d'équations. En particulier, la matrice jacobienne étant très creuse (comme l'est aussi la matrice des admittances), des étapes d'agrégation ont pour but de rassembler les termes non nuls et d'éviter ainsi de nombreuses opérations inutiles. La matrice jacobienne n'est d'ailleurs jamais inversée par une méthode directe. Des méthodes de type LU permettent par exemple d'accélérer considérablement les calculs. Dans le même objectif de rapidité, la matrice jacobienne peut aussi ne pas être recalculée à chaque itération, mais simplement remise à jour toutes les n itérations.

Notons également que le fort couplage entre puissance active et phase des tensions d'une part, puissance réactive et amplitude des tensions d'autre part peut être exploité pour accélérer les calculs (cf §1.2). Il est ainsi possible en première approximation de supposer que les transits de puissances actives ne dépendent que des phases des tensions, et que ceux de puissances réactives ne dépendent que des modules des tensions, ce qui permet de calculer rapidement une matrice jacobienne approchée. Cette méthode, dite du "jacobien découplé" [2], conduit rapidement à une solution qui peut en général être exploitée directement, ou encore servir de point de départ à un calcul exact faisant intervenir la matrice jacobienne complète.

Bien d'autres astuces permettent encore d'optimiser les calculs : voir par exemple la référence [4] de la bibliographie.

Le calcul de répartition décrit précédemment conduit à la connaissance des tensions en chaque nœud du réseau (en module et en phase). Connaissant la matrice des admittances complexes $[Y]$, il est simple d'en déduire les courants dans chacune des branches du réseau. Enfin, la connaissance à la fois des courants et des tensions permet de calculer les transits de puissances active et réactive dans chacune des branches du réseau, grâce à une relation du type $P + jQ = VI^*$.

En général, la méthode de Newton-Raphson converge très rapidement. Si la méthode ne converge pas, il se peut que cela soit révélateur d'un problème physique. Considérons à titre d'exemple une ligne de transport. Le modèle le plus simple d'une telle ligne consiste en une inductance. Supposons qu'une puissance active P transite à travers cette ligne.



La puissance P transitant dans la ligne vaut :

$$P = V_2 I \cos \varphi$$

Or, l'analyse du schéma vectoriel conduit à :

$$L \omega I \cos \varphi = V_1 \sin \delta$$

d'où :

$$P = \frac{V_1 V_2}{L \omega} \sin \delta$$

Cette relation montre clairement que, pour un niveau de tension fixé (par ex. : $V_1 = V_2 = 400kV / \sqrt{3}$), la puissance transmissible dans une ligne est limitée par son impédance. Il est à noter que ce résultat n'a aucun rapport avec les pertes dans la ligne, que nous avons supposée ici purement selfique.

Supposons que l'on cherche à mener un calcul de répartition des transits de puissance sur un réseau pour lequel, malencontreusement, la puissance à transiter dans une ligne donnée soit nécessairement supérieure à la limite établie ci-dessus. On observera que l'algorithme de Newton-Raphson ne converge pas ... et pour cause : il ne peut trouver une solution numérique là où les lois physiques interdisent l'existence de toute solution !

CONCLUSION

Le calcul de la répartition des puissances dans un réseau d'énergie maillé est un problème délicat qui fait appel à une double compétence : compréhension et modélisation des phénomènes électriques d'une part, mise en œuvre de méthodes de calcul numérique d'autre part. Le calcul tel qu'il a été décrit précédemment ne permet que de connaître la valeur des tensions, courants et transits de puissance dans tout le réseau, en supposant connue la fourniture de puissance active de chacun des moyens de production. Ce calcul est très utile à l'exploitant car il lui permet de prédéterminer l'état de son réseau pour un plan de production donné. Il faut cependant noter que pour une demande fixée (en puissance active et réactive), il existe a priori une infinité de plans de production possibles. Un nouveau problème se présente : comment répartir de façon optimale la production sur les différentes centrales tout en continuant à satisfaire la demande ? Le critère permettant de définir le caractère optimal d'un plan de production ne peut plus être simplement technique : il est aussi économique. Ce nouveau problème fait appel à une autre gamme de méthodes numériques. Il ne s'agit plus seulement alors de résoudre un système non linéaire, mais d'optimiser une fonction de coût, sous contraintes à la fois techniques, économiques ou encore écologiques. C'est là l'objectif du calcul de répartition optimal. Il fournira à l'exploitant des indications précieuses pour conduire son réseau en minimisant le coût d'exploitation.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. Coat & J.M. Escané ; "Analyse des systèmes linéaires" ; polycopié de Supélec

- [2] J. Arrillaga & C.P. Arnold ; "Computer Analysis of Power Systems" ; John Wiley & Sons ; 1990 (Pages 7 à 92)

- [3] P. Bornard & M. Pavard ; "Réseaux de transport et d'interconnexion de l'énergie électrique - Fonctionnement et réglage" ; Les techniques de l'ingénieur , fascicule D4090

- [4] P. Jeannin & J. Carpentier ; "Réseaux de puissance - Méthodes de résolution des équations" ; Les techniques de l'ingénieur , fascicule D112

RÉGLAGE DE LA TENSION

PRINCIPES GENERAUX

présentation

L'exploitation d'un réseau de production, transport et distribution d'énergie électrique est en permanence liée à d'innombrables contraintes.

Celles-ci sont à la fois :

techniques : le matériel de réseau est conçu pour fonctionner dans des domaines bien définis (tension, fréquence, température, ...)

économiques : exploiter un réseau de façon optimale, c'est aussi l'exploiter au moindre coût

contractuelles : l'électricité est aujourd'hui considérée comme un produit commercial à part entière, attaché à une notion de qualité qui n'autorise pas le distributeur à fournir l'électricité sous n'importe quelle forme

Le réglage des niveaux de tension sur l'ensemble du réseau participe de ces trois aspects. Concrètement, la valeur efficace de la tension en tout point du réseau devra rester dans une fourchette bien précise, qui représente un compromis technique, économique et contractuel. Pour information, voici les plages de variation actuellement retenues sur le réseau français :

Type de réseau	Tension nominale	Tension basse	Tension haute
Réseaux de transport	400 kV	365 kV	420 kV
	225 kV	200 kV	245 kV
Réseaux de répartition	90 kV	83 kV	97 kV
	63 kV	58 kV	68 kV
Réseaux de distribution	21 kV & 5 kV	$U_n - 7\%$	$U_n + 7\%$
Réseaux basse tension	410 V	$U_n - 10\%$	$U_n + 6\%$

Sur les réseaux de transport, les tensions sont très élevées, afin de minimiser les pertes, et très peu de clients sont directement connectés. Ce sont donc essentiellement des contraintes techniques (tenue du matériel : isolateurs, transformateurs, lignes, ...) qui imposent la valeur haute de la fourchette admissible de tension. La valeur basse doit rester compatible avec les courants maximum admissibles sur les lignes de transport, mais aussi avec les réseaux de répartition directement connectés au réseau de transport.

Sur les réseaux basse tension, ce sont essentiellement des engagements contractuels qui conduisent le distributeur d'énergie à tenir une certaine plage de tension.

Sur les réseaux de répartition et de distribution, les contraintes sont à la fois techniques et contractuelles.

Enfin, l'aspect économique n'est jamais décorrélé du réglage de tension : maintenir une tension élevée sur le réseau, c'est bien sûr minimiser les pertes en lignes, mais aussi diminuer les risques d'instabilité en cas d'incident sur le réseau, pouvant conduire à interrompre la fourniture sur une grande partie du territoire. Ces "grands incidents" ne sont jamais indépendants de la façon dont le réglage de la tension est effectué en temps réel. Ils ont des conséquences économiques toujours très graves.

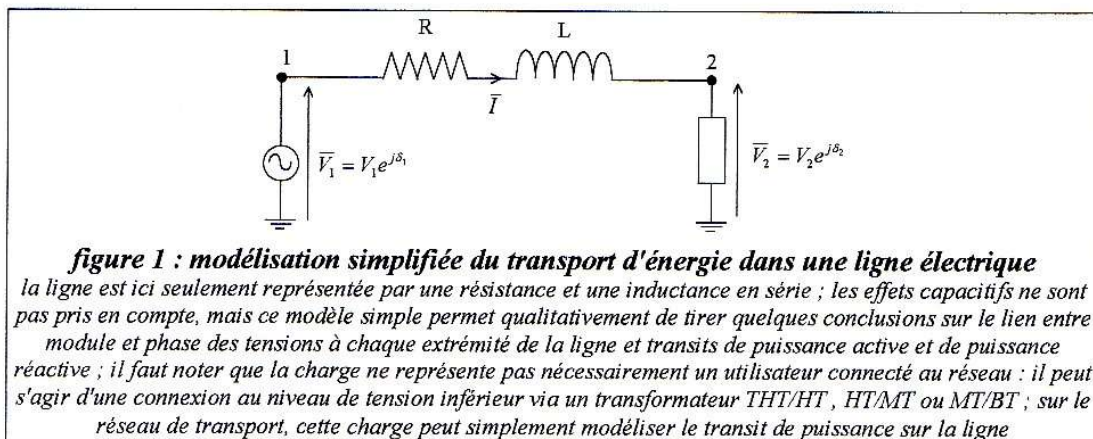
relation entre la tension et les transits de puissance

En certains nœuds du réseau, l'exploitant pourra, dans certaines conditions et avec certains dispositifs, imposer la valeur efficace de la tension ; c'est en particulier le cas de certains nœuds auxquels sont raccordés des alternateurs de forte puissance, mais aussi du secondaire des transformateurs possédant un régleur en charge. Ces différents dispositifs seront étudiés ultérieurement. Toute la difficulté du réglage de tension consiste alors à régler ces tensions et à configurer correctement le réseau pour que tous les nœuds restent dans la fourchette de tension imposée.

Autrement dit, fixer la tension en un nombre réduit de nœuds sur le réseau sera-t-il suffisant pour maîtriser les variations de tension sur l'ensemble du réseau ?

Ce problème du réglage de la tension s'exprime identiquement pour un réseau maillé (généralement de transport ou de répartition) et pour un réseau arborescent (généralement de distribution). Les moyens d'action et les pratiques seront cependant différents.

Indépendamment de la nature du réseau, reprenons le "cas d'école" déjà évoqué dans le chapitre précédent, et représentant de façon très simplifiée la connexion d'une charge à une source, via une ligne :



En toute théorie, il est possible de transiter de la puissance électrique sur la ligne en gardant la même tension à chacune de ses extrémités (en module, mais évidemment pas en phase !). Reprenons la relation établie au chapitre précédent, sous certaines hypothèses simplificatrices :

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V} \approx \frac{RP + XQ}{V^2}} \quad (1)$$

en notant :

$$V = (V_1 + V_2) / 2$$

$$\Delta V = V_1 - V_2$$

P = puissance active consommée par la charge

Q = puissance réactive consommée ($Q > 0$) ou fournie ($Q < 0$) par la charge

Ainsi, pour une puissance active consommée P donnée, la tension reste constante aux deux extrémités de la ligne si et seulement si la charge fournit une puissance réactive Q de valeur :

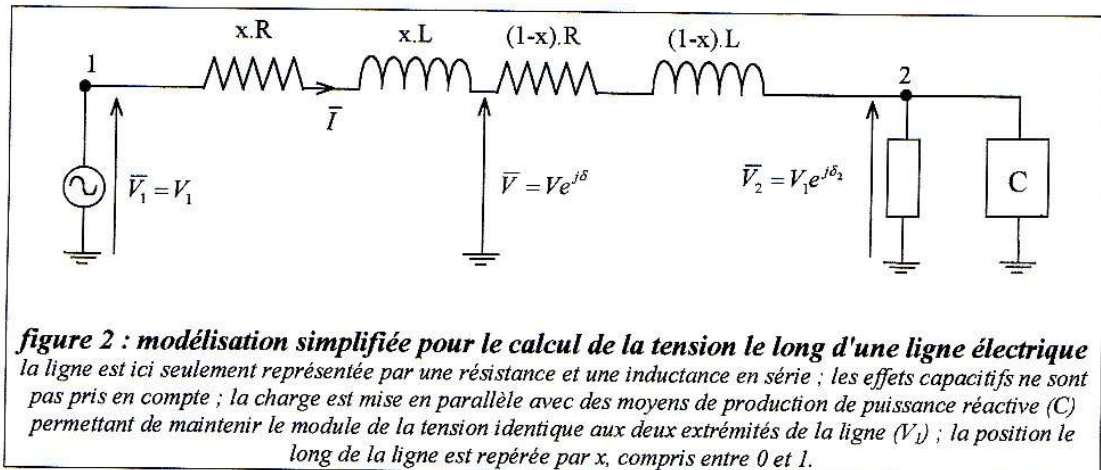
$$\boxed{Q \approx -\frac{RP}{X}} \quad (2)$$

En général, les charges ont un comportement plutôt inductif. Elles consomment donc de la puissance réactive. Dans de telles conditions, la tension est nécessairement différente (en module) aux deux extrémités de la ligne. Pour pouvoir tenir une tension identique aux deux bouts de la ligne, il faut donc pouvoir produire localement de la puissance réactive.

L'installation de moyens de production d'énergie réactive (alternateurs ou bancs de capacités) contribue donc à maintenir la tension constante sur le réseau.

Pour fixer les ordres de grandeurs, notons que sur des lignes de transport d'énergie (400 kV, 225 kV) : $R/X \approx 0,1$. La résistance d'une ligne est toutefois d'autant moins négligeable face à son inductance que le niveau de tension nominale est bas.

En supposant que la tension est tenue aux deux extrémités de la ligne, essayons maintenant de calculer l'amplitude de la tension le long de la ligne. Pour cela, considérons le schéma simplifié suivant :



La tension $\bar{V}(x)$ s'exprime ainsi :

$$\bar{V}(x) = \bar{V}_1 - x(R + jX)\bar{I} \quad (\text{en notant } X=L\omega)$$

ce qui conduit à :

$$\bar{V}(x) = V_1 - x(R + jX) \frac{V_1 - V_1 e^{j\delta_2}}{R + jX}$$

$$\bar{V}(x) = V_1 (1 - x + x e^{-j\delta_2})$$

d'où, en module :

$$|V(x)| = V_1 \sqrt{2x^2(1 - \cos \delta_2) - 2x(1 - \cos \delta_2) + 1} \quad (3)$$

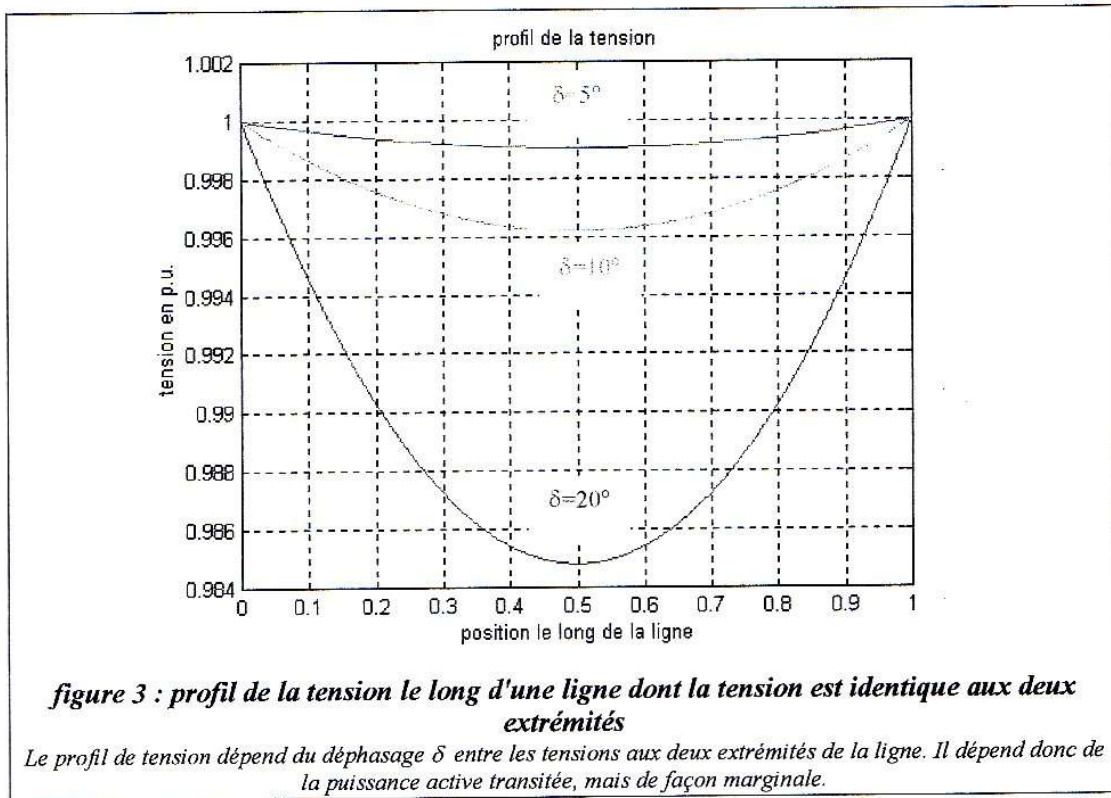
Le tracé de $\frac{|V(x)|}{V_1}$ pour différentes valeurs de δ_2 est porté sur la figure 3.

Un déphasage de 20° entre les tensions aux deux extrémités de la ligne représente une valeur déjà très importante. La figure ci-dessus montre que si la tension est tenue aux deux bouts de la ligne, elle sera quasiment constante sur toute la ligne.

A titre d'exemple, un déphasage de 20° sur une ligne 225 kV de 100 km d'impédance linéique $(0,04 + j0,4) \Omega/\text{km}$ correspond à un transit de puissance active d'environ :

$$P \approx \frac{U^2}{X} \sin \delta \approx \frac{225000^2}{40} \sin 20^\circ \approx 430 \text{ MW}$$

ce qui est déjà énorme pour une seule ligne.



Estimons maintenant le profil de tension si aucun moyen de production de puissance réactive ne permet de fixer la tension aux bornes de la charge. Dans ce cas, la tension V_2 est quelconque, ainsi que le déphasage δ_2 . Si les puissances active P et réactive Q consommées par la charge sont connues, ces deux grandeurs peuvent être approximativement estimées par les relations (voir chapitre précédent) :

$$\frac{\Delta V}{V} \approx \frac{RP + XQ}{V^2}$$

$$\sin \delta = \frac{XP - RQ}{V_1 V_2}$$

Un calcul similaire à celui mené précédemment conduit à :

$$|V(x)| = \sqrt{V_1^2 (1-x)^2 + 2x(1-x)V_1 V_2 \cos \delta_2 + x^2 V_2^2} \quad (4)$$

Si on prend par exemple $V_2 = 0.9V_1$, on obtient les profils de tension suivants :

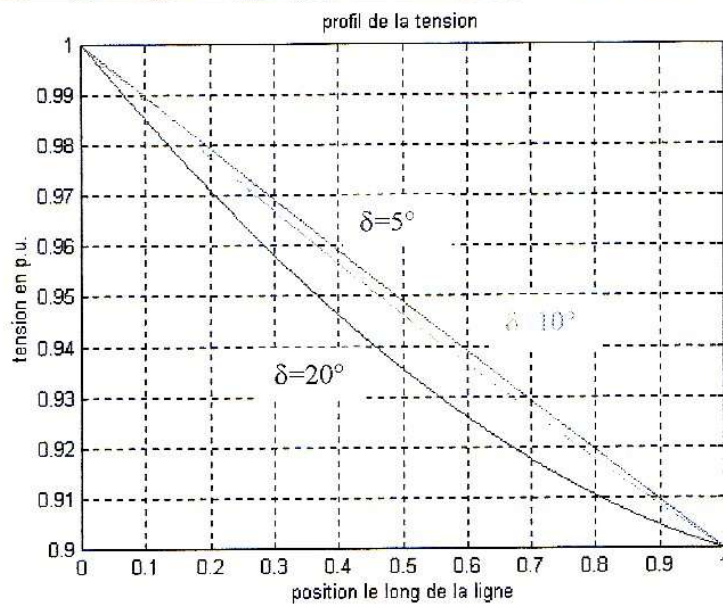


figure 4 : profil de la tension le long d'une ligne dont la tension est différente aux deux extrémités

Le profil de tension dépend encore un peu du déphasage δ entre les tensions aux deux extrémités de la ligne. Il dépend donc encore de la puissance active transitée, mais c'est surtout la puissance réactive absorbée par la charge qui est imposée V_2 , donc la forme du profil de tension le long de la ligne.

L'analyse rapide menée ci-dessus permet d'illustrer deux principes importants du réglage de tension sur un réseau d'énergie :

→ tenir la tension aux deux extrémités d'une ligne suffit à rendre quasiment constante la tension le long de toute la ligne (si les tensions sont différentes aux deux extrémités, la variation de tension en fonction de la position sur la ligne est quasiment linéaire)

→ ce sont surtout les transits de puissance réactive, et quasiment pas les transits de puissance active, qui créent des chutes de tension le long d'une ligne ; il convient donc idéalement d'installer des moyens de production de puissance réactive au plus près des charges, afin de minimiser ces transits réactifs.

moyens d'action

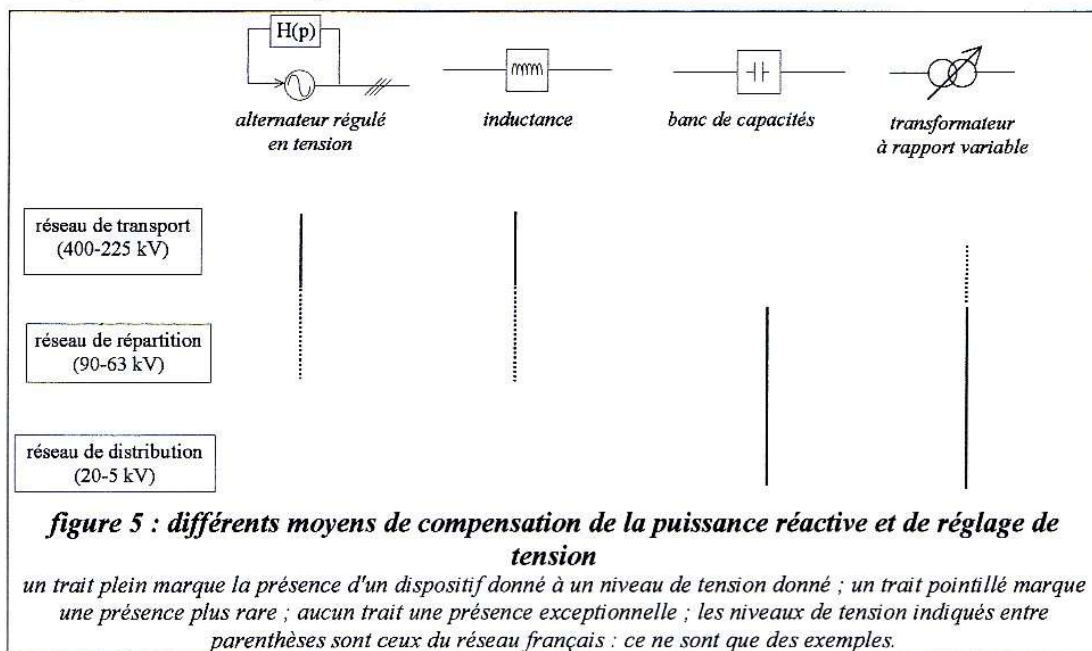
Les quelques exemples traités ci-dessus montrent que le réglage de la tension est intimement lié à la maîtrise des transits de puissance réactive sur le réseau. Les principaux moyens d'action seront donc liés à des dispositifs susceptibles de produire, voire de consommer de la puissance réactive, à savoir :

- * les alternateurs (production ou consommation de réactif)
- * les bancs de capacité (production de réactif)
- * les inductances (consommation de réactif)

A ces différents dispositifs, il convient de rajouter certains transformateurs dont le rapport de transformation n'est pas figé, ce qui permet de maintenir la tension secondaire dans une certaine plage, même lorsque la tension primaire varie. C'est le cas des transformateurs munis de plusieurs prises réglables soit à vide, soit en charge.

Le réglage en temps réel de tous ces dispositifs dépend à la fois des technologies utilisées, des contraintes à tenir en régime transitoire et en régime permanent, des coûts, mais aussi des risques d'instabilité liés à tout système asservi. Ces points seront détaillés par la suite.

Les différents moyens de réglage de la tension sont répartis sur l'ensemble du réseau de transport et de distribution, différemment selon les niveaux de tension.



Avant de pouvoir choisir, dimensionner et positionner efficacement ces différents dispositifs sur le réseau, il convient de savoir comment se comporte le réseau lui-même - en particulier les lignes et câbles, les transformateurs et les charges - vis-à-vis des transits de puissance réactive.

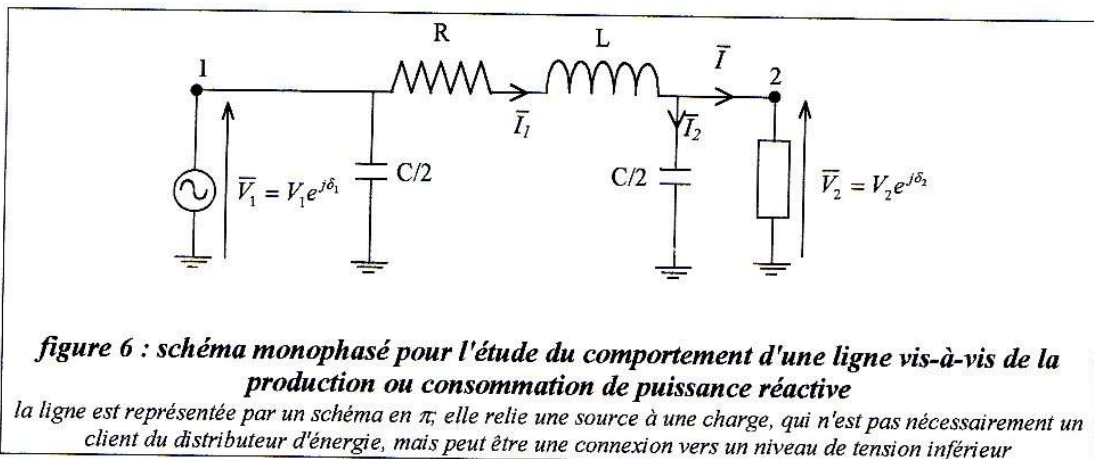
COMPORTEMENT NATUREL DU RÉSEAU

lignes et câbles

Pour étudier le comportement des lignes et câbles en terme de puissance réactive, il convient, comme souvent, de choisir un modèle sur lequel nous ferons quelques calculs et raisonnements. Le modèle est toujours un compromis entre simplicité et précision avec laquelle seront représentés les phénomènes auxquels on s'intéresse.

Il est fréquent de considérer un modèle de ligne R,L (série) lorsque l'on souhaite faire des raisonnements sur des configurations simples de réseaux (voir par exemple les quelques situations traitées ci-dessus). Il est clair que sur la base d'un tel modèle, on pourrait être amené à dire qu'une ligne ne peut que consommer de la puissance réactive, ce qui est faux !

Prenons un modèle plus détaillé : le schéma en π , dont on a montré dans un chapitre précédent qu'il constituait une excellente approximation à 50 Hz, pour des lignes n'excédant pas une centaine de km. Supposons qu'une ligne (ou un câble) relie une source à une charge. Le schéma monophasé équivalent de cette situation peut être représenté ainsi :



A partir de ce schéma, essayons de calculer la puissance réactive Q_{ligne} consommée ou fournie par la ligne elle-même. En comptant positivement la puissance consommée (par les inductances) et négativement la puissance fournie (par les capacités), Q_{ligne} peut s'exprimer ainsi :

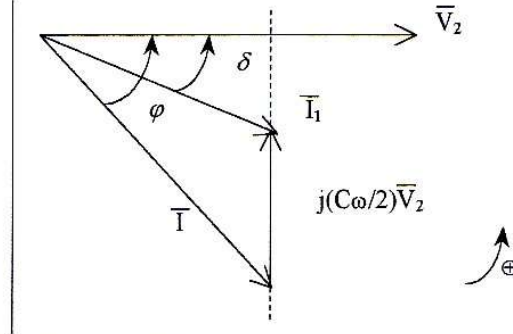
$$Q_{\text{ligne}} = -\frac{V_1^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} + XI_1^2 = -\frac{C\omega}{2}(V_1^2 + V_2^2) + XI_1^2$$

En faisant l'approximation $V_1 \approx V_2$, on peut encore écrire :

$$Q_{\text{ligne}} = -C\omega V_2^2 + XI_1^2 \quad (5)$$

A priori, Q_{ligne} peut être positif ou négatif : la ligne peut donc consommer ou fournir de la puissance réactive. Pour être plus précis, calculons le courant I_1 :

$$\bar{I}_1 = \bar{I} + \bar{I}_2 = \bar{I} + j\frac{C\omega}{2}V_2$$



Sur le schéma vectoriel ci-dessus, V_2 est prise comme référence de phase, mais les angles φ et δ ont été orientés de telle sorte que φ représente bien directement le déphasage associé à la charge (pour le cas particulier de la figure : $\varphi > 0$ (la charge consomme de la puissance réactive) et $\delta > 0$).

L'exploitation de ce schéma vectoriel conduit à

$$\begin{cases} I_1 \cos \delta = I \cos \varphi \\ I_1 \sin \delta = I \sin \varphi - \frac{C\omega}{2}V_2 \end{cases} \quad (6)$$

d'où :

$$I_1^2 = I^2 + \left(\frac{C\omega}{2}V_2\right)^2 - IC\omega V_2 \sin \varphi \quad (7)$$

d'où, en reportant dans (5) :

$$Q_{\text{ligne}} = XI^2 - (XC\omega V_2 \sin \varphi)I + C\omega V_2^2 \left(\frac{XC\omega}{4} - 1\right) \quad (8)$$

Pour des raisons pratiques, il est préférables d'exprimer Q_{ligne} en fonction du produit $S = V_2 I$ (qui représente la puissance apparente transmise à la charge), plutôt qu'en fonction de I seul, dont les ordres de grandeurs sont moins communément connus. On obtient :

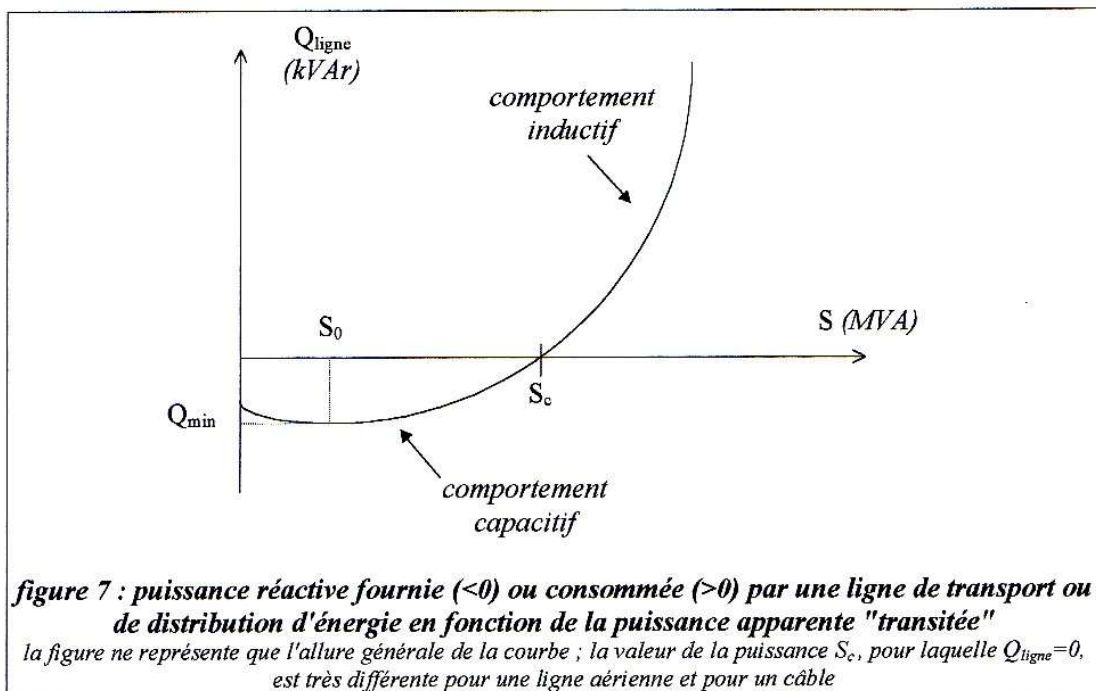
$$Q_{\text{ligne}} = \frac{X}{V_2^2} S^2 - (XC\omega \sin \varphi)S + C\omega V_2^2 \left(\frac{XC\omega}{4} - 1\right) \quad (9)$$

L'expression ci-dessus a été établie sur un schéma monophasé étoile équivalent. Le passage au triphasé donne :

$$Q_{\text{ligne}} = \frac{X}{U_2^2} S^2 - (XC\omega \sin \varphi) S + C\omega U_2^2 \left(\frac{XC\omega}{4} - 1 \right) \quad (10)$$

avec $S=3V_2I$ et $U_2 = \sqrt{3}V_2$

Le tracé de $Q_{\text{ligne}} = f(S)$ donne une parabole dont l'allure est la suivante :



La valeur de Q_{ligne} pour $S=0$ (ligne à vide) est négative ; ceci n'apparaît clairement dans l'expression (10) que si l'on tient compte des ordres de grandeur habituels pour des câbles et des lignes aériennes : voir les exemples numériques traités dans la suite de ce document. Cela revient à dire qu'une ligne (ou un câble) à vide fournit systématiquement de la puissance réactive (comportement capacitif).

La valeur S_0 pour laquelle la puissance fournie par la ligne est maximum est donnée en résolvant :

$$\frac{dQ_{\text{ligne}}}{dS} = 0$$

ce qui conduit à :

$$S_0 = \frac{U^2 C \omega \sin \varphi}{2} \quad (11)$$

Lorsque la charge est inductive ($\varphi > 0$), cette valeur est positive. Toutefois, compte tenu des ordres de grandeur de U et C , cette valeur reste toujours très faible (par rapport à la puissance transitée nominale de la ligne considérée).

Le calcul de Q_{min} conduit à :

$$Q_{min} = C \omega U^2 \left(-1 + \frac{1}{4} C \omega X \cos^2 \varphi \right) \quad (12)$$

Pour des lignes ou câbles réels, on peut faire l'approximation suivante :

$$Q_{min} \approx -C \omega U^2 \quad (13)$$

Cette approximation revient à considérer que la ligne se comporte alors quasiment comme une capacité de valeur C . Notons que cette approximation reste valable entre $S=0$ et $S=S_0$ (ligne quasiment à vide).

La puissance S_c est importante, puisqu'elle marque la limite entre un comportement capacitif et un comportement inductif de la ligne : on l'appelle *puissance caractéristique*.

Le calcul de S_c à partir de l'équation (10) et $Q_{ligne}=0$ conduit à :

$$S_c = \frac{1}{2} U_2^2 C \omega \left(\sin \varphi + \sqrt{\frac{4}{XC \omega} - \cos^2 \varphi} \right) \quad (14)$$

Numériquement, et pour des valeurs réalistes de X, C et φ , cette expression peut être simplifiée en supposant $4/XC \omega \gg 1$:

$$S_c \approx U_2^2 \sqrt{\frac{C \omega}{X}}$$

ou encore, en notant L l'inductance associée à l'impédance X ($X=L \omega$) :

$$S_c \approx \frac{U_2^2}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (15)$$

L'impédance $Z_c = \sqrt{L/C}$ n'est pas anodine : elle représente l'impédance caractéristique de la ligne; elle peut encore être exprimée par $Z_c = \sqrt{l/c}$ où l et c sont les constantes *linéiques* de la ligne (en H/km et en F/km).

Pour fixer les ordres de grandeur, considérons quelques exemples, traités avec des valeurs "typiques" d'impédances linéiques, et pour une longueur de 10 km, avec un angle caractéristique de la charge $\varphi=10^\circ$. Les nombres entre parenthèses renvoient au numéro de la formule utilisée pour faire le calcul (rigoureux ou approché). Que les valeurs indiquées dans ce tableau ne soient considérées que comme des ordres de grandeur (quel que soit l'illusoire nombre de chiffres "significatifs") : la dispersion des structure de lignes et câbles entraîne en effet une certaine disparité dans les valeurs des constantes linéiques r, l et c (pour des calculs précis sur une topologie particulière, on consultera le livre de Jean-Marie ESCANÉ référencé [1]).

	Un (kV)	r (Ω/km)	l (mH/km)	c ($\mu F/km$)	Sn (MVA)	Sc (14) (MVA)	Sc (15) (MVA)	S0 (11) (MVA)	Qmin (12) (MVA)	Qmin (13) (MVA)
Câble	400	0,5	0,4	0,2	500	3586	3578	8,72	-100	-100
Ligne	400	0,02	1	0,015	1500	620	620	0,65	-7,5	-7,5
Câble	225	0,5	0,4	0,3	250	1390	1386	4,14	-48	-48
Ligne	225	0,06	1,3	0,01	300	141	140	0,14	-1,6	-1,6
Câble	90	0,5	0,4	0,2	100	182	181	0,44	-5,1	-5,1
Ligne	90	0,15	1,3	0,01	80	22	22	0,02	-0,3	-0,3
Câble	60	0,5	0,4	0,2	70	81	80	0,20	-2,3	-2,3
Ligne	60	0,2	1,4	0,01	50	10	10	0,01	-0,1	-0,1

Ce tableau peut être corrélé avec les courbes suivantes :

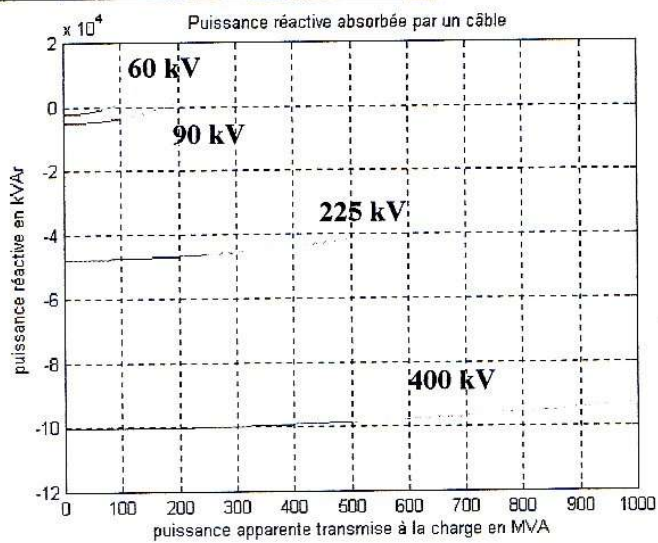


figure 8 : puissance réactive fournie par un câble pour différents niveaux de tension
ces courbes ne sont pas "universelles" : elles permettent de mettre qualitativement en évidence certains phénomènes, mais aussi de fixer quelques ordres de grandeur ; la longueur du câble est de 10 km ; le déphasage entre tension et courant en bout de câble est de 10°

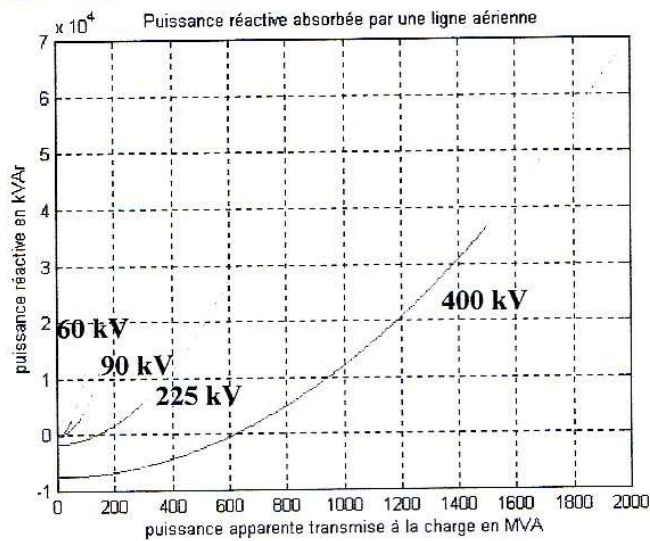
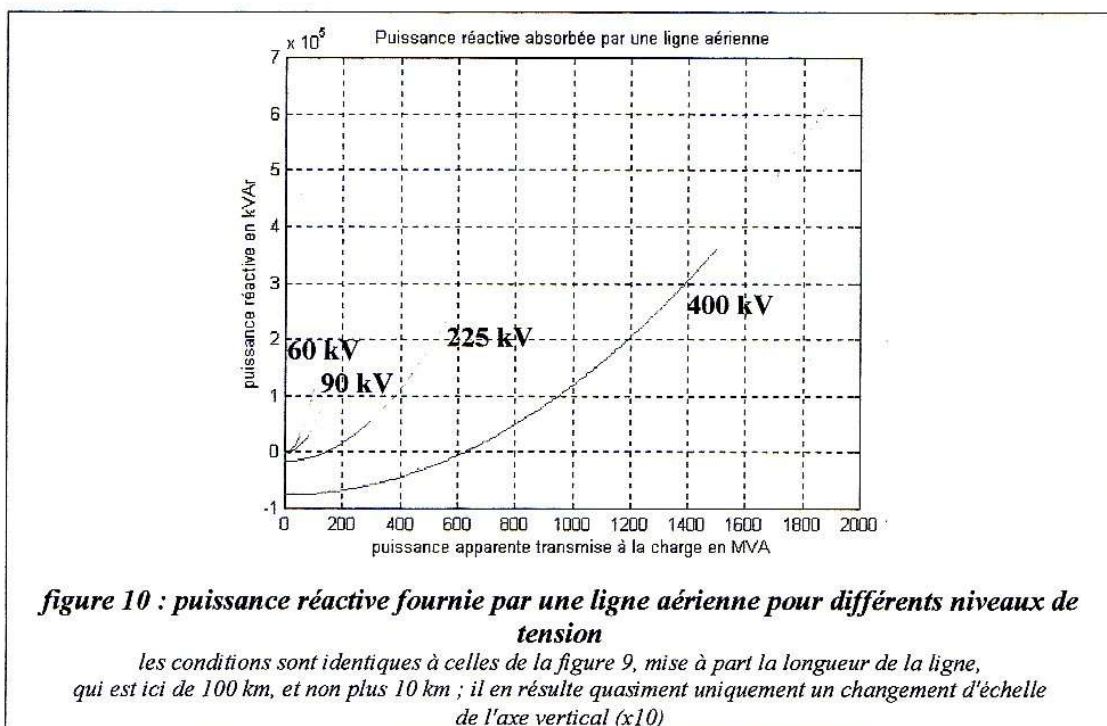


figure 9 : puissance réactive fournie par une ligne aérienne pour différents niveaux de tension
comme pour la figure 8, ces courbes ne sont pas "universelles" : elles permettent de mettre qualitativement en évidence certains phénomènes, mais aussi de fixer quelques ordres de grandeur ; la longueur de la ligne est de 10 km ; le déphasage entre tension et courant en bout de ligne est de 10°

Pour observer l'influence de la longueur de la ligne, plaçons nous dans les mêmes conditions que celles qui nous ont conduits à la figure 9, mais en prenant cette fois une ligne de 100 km :



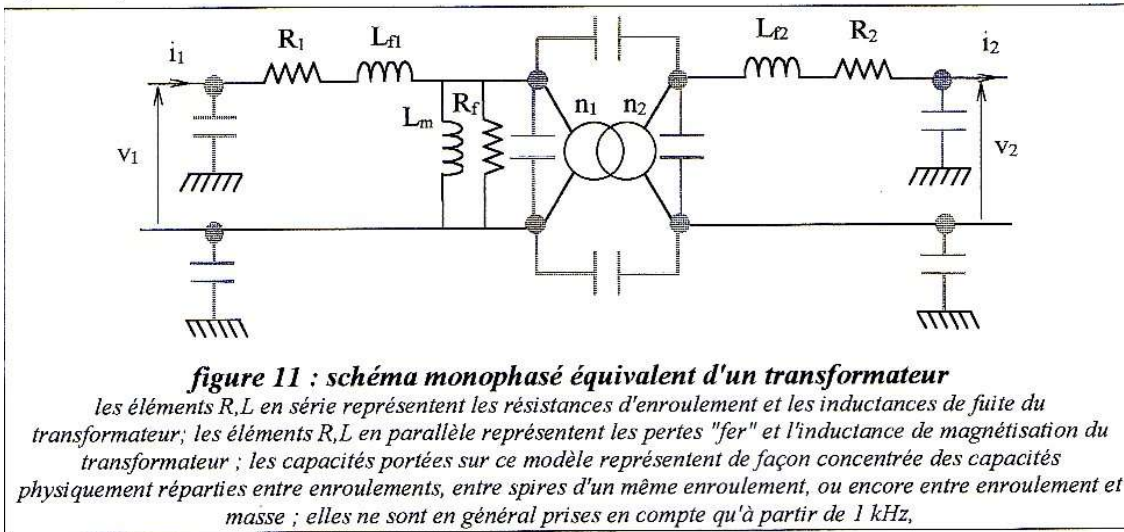
Essayons de tirer quelques enseignements de cette brève étude :

- un câble fournit de la puissance réactive, quel que soit son régime de fonctionnement (il a un comportement capacitif)
- une ligne fournit de la puissance réactive à vide, et consomme de la puissance réactive en charge
- une ligne (ou un câble) fournit quasiment le maximum de puissance réactive lorsqu'elle est à vide
- les relations approchées (13) et (15) donnent des résultats très précis pour calculer la puissance caractéristique d'un câble ou d'une ligne, ou encore la puissance réactive maximale fournie
- la puissance caractéristique d'un câble ou d'une ligne ne dépend quasiment pas de sa longueur
- la puissance réactive maximale fournie est quasiment proportionnelle à la longueur du câble ou de la ligne

Cette étude montre également qu'un simple modèle (R,L) série peut convenir pour l'étude simplifiée d'une ligne aérienne en charge, mais ne convient plus du tout si la ligne est à vide, ou si l'on considère un câble d'énergie, qu'il soit chargé ou à vide (les effets capacitifs ne peuvent alors plus être négligés).

transformateurs

Considérons le schéma monophasé équivalent d'un transformateur en régime basse fréquence ($< 1 \text{ kHz}$) :

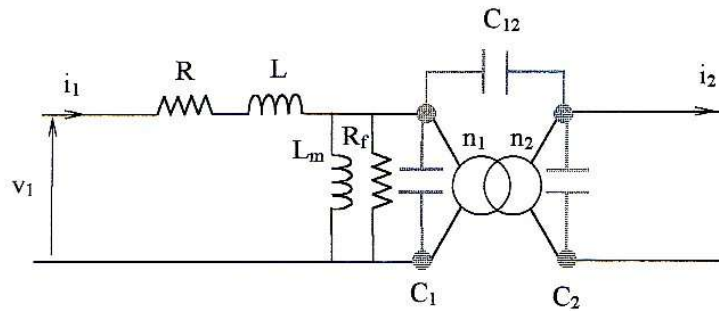


A 50 Hz, les capacités ont un rôle tout à fait négligeable. Le transformateur sera donc équivalent à un circuit composé de résistances et d'inductances : il absorbera systématiquement de la puissance réactive.

Illustrons cet aspect en prenant des valeurs numériques "typiques" qui permettront, là encore, de fixer quelques ordres de grandeur. On considère à titre d'exemple le transformateur suivant :

puissance nominale :	$S_n=36 \text{ MVA}$	courant à vide :	$i_0=0,2\%$
tension primaire :	$U_1=63 \text{ kV}$	pertes à vide :	$P_0=20 \text{ kW}$
tension secondaire :	$U_2=21 \text{ kV}$	capacité HT-neutre :	$C_1=1 \text{ nF}$
couplage :	YN-yn	capacité MT-neutre :	$C_2=1 \text{ nF}$
tension de court-circuit :	$u_{cc}=15\%$	capacité HT-MT :	$C_{12}=3 \text{ nF}$
pertes en court-circuit :	$P_{cc}=300 \text{ kW}$		

Pour simplifier les calculs, on réduit le schéma équivalent complet ci-dessus au schéma suivant :



A partir de ce schéma, la puissance réactive fournie (<0) ou consommée (>0) par le transformateur a pour expression :

$$Q \approx 3L\omega I_1^2 + \frac{U_1^2}{L_m\omega} - C_1\omega U_1^2 - C_2\omega U_2^2 - C_{12}\omega(U_1 - U_2)^2$$

En notant $S=3U_1I_1$ la puissance apparente transitée dans le transformateur, on peut encore exprimer Q en fonction de S et non plus de I_1 :

$$Q \approx \frac{L\omega}{3U_1^2} S^2 + \frac{U_1^2}{L_m\omega} - C_1\omega U_1^2 - C_2\omega U_2^2 - C_{12}\omega(U_1 - U_2)^2 \quad (16)$$

Par ailleurs, les données du transformateur permettent de calculer les valeurs numériques des éléments du schéma équivalent :

$$R=0,92 \, \Omega \quad L\omega=16,5 \, \Omega \quad L_m\omega=57 \, \text{k}\Omega \quad R_f=198 \, \text{k}\Omega$$

En reportant les valeurs de L , L_m , U_1 , U_2 , C_1 , C_2 et C_{12} , dans (16), on obtient la courbe suivante :

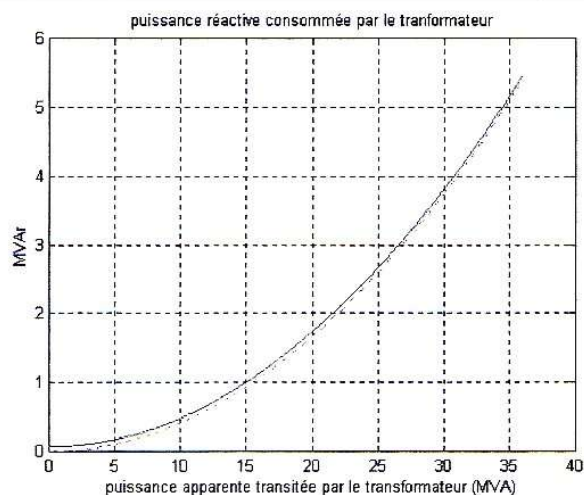


figure 12 : puissance réactive consommée par un transformateur de puissance en fonction de la puissance apparente transitée

la puissance réactive est toujours positive : le transformateur consomme donc toujours de la puissance réactive, même à vide ; en fait, un simple schéma (R,L) série permet de bien représenter le fonctionnement du transformateur en régime linéaire, dès qu'il est un peu chargé : la courbe en trait plein bleu correspond au modèle complet, et la courbe en trait pointillé rouge au modèle (R,L) série.

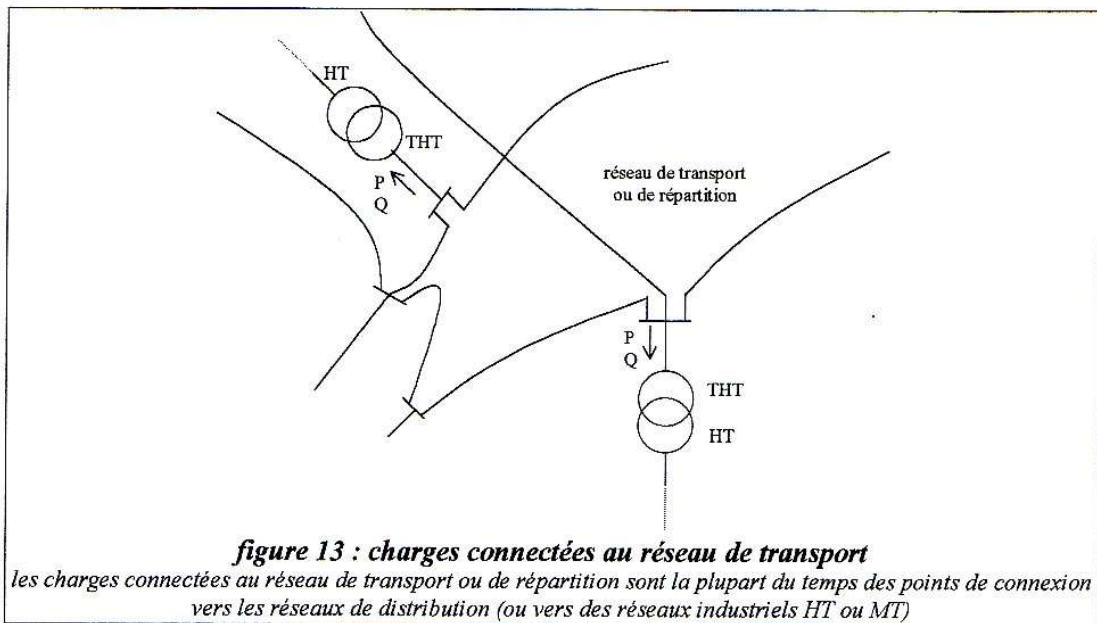
Pour résumer, retenons que :

- un transformateur de puissance, à 50 Hz, en régime de fonctionnement linéaire, est bien représenté par un simple circuit (R,L) série
- les effets capacitifs sont tout à fait négligeables ; le transformateur consommera toujours de la puissance réactive

charges

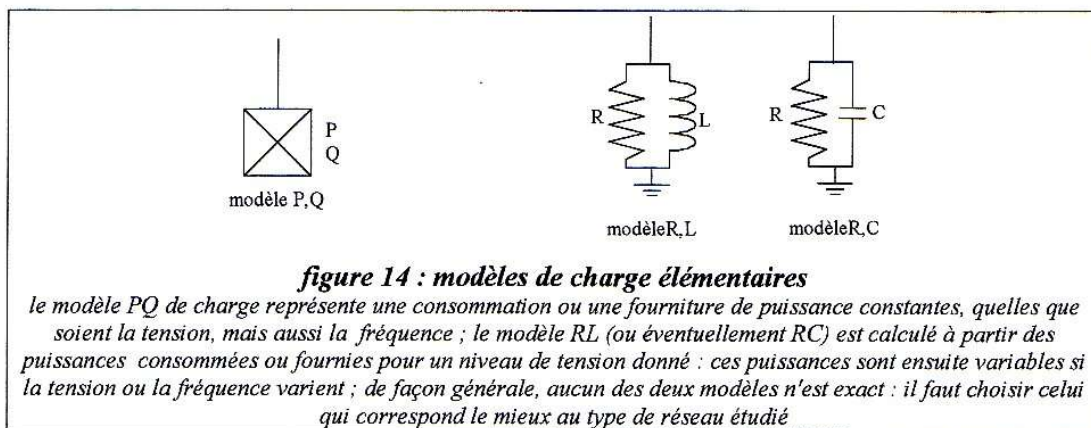
La modélisation des charges sur un réseau de transport et de distribution d'énergie est toujours extrêmement complexe, à cause de la très grande diversité des dispositifs connectés au réseau. En fait, on peut distinguer deux situations différentes :

- sur le réseau de transport ou de répartition, une "charge" est avant tout un nœud de connexion vers un niveau de tension inférieur, via un transformateur THT-HT ; une telle charge sera représentée, en régime permanent, par deux paramètres : la puissance active P consommée et la puissance réactive Q consommée, voire fournie.



→ sur les réseaux de distribution, les charges peuvent aussi être des nœuds de connexion vers la basse tension, ou encore des charges industrielles directement connectées derrière une arrivée moyenne tension (via éventuellement des transformateur MT/BT et un réseau d'usine) ; la disparité des charges est alors très grande, et il est très difficile de les modéliser pour l'ensemble du réseau ; en première approche, et en régime permanent, nous pouvons, du moins pour aborder simplement les problèmes de régulation de tension, considérer qu'une charge se caractérise là encore par la puissance active qu'elle consomme et la puissance réactive qu'elle consomme ($Q > 0$) ou, plus rarement, qu'elle fournit ($Q < 0$).

Il faut garder en tête que le modèle très simple décrit ci-dessus ne reflète qu'imparfaitement la réalité. En particulier, avec un tel modèle, la puissance absorbée est indépendante du niveau de tension, ce qui est évidemment faux pour certains types de charges (éclairage, chauffage, ...). On peut imaginer un modèle de charge de type RL ($Q > 0$) ou RC ($Q < 0$: cas beaucoup plus rare). Un tel modèle présente aussi des inconvénients, puisqu'il conduit à des puissances P et Q absorbées (ou fournies) qui sont dépendantes des variations de tension, ce qui n'est pas le cas pour certaines charges régulées en puissance.



Essayons de classer les charges vues d'un point du réseau de distribution :

chauffages, éclairages (non régulés)

$$P > 0 \quad Q = 0$$

moteurs asynchrones

$$P > 0 \quad Q > 0$$

moteurs à courant continu alimentés par des redresseurs "classiques" (ponts de Graëtz, ...)

$$P > 0 \quad Q > 0$$

moteurs synchrones

$$P > 0 \quad Q > 0 \text{ ou } Q < 0$$

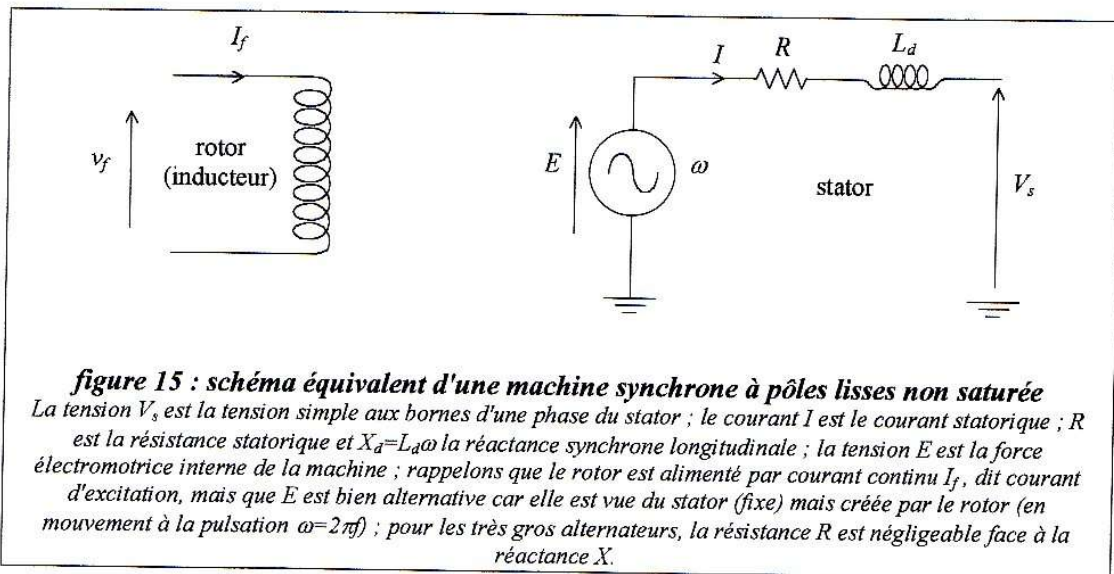
La très grande majorité des charges "utiles" connectées sur le réseau de distribution consomment de la puissance réactive.

Les charges connectées au réseau de transport (transformateur THT-HT) ou de répartition (transformateur HT-MT) sont elles aussi fortement inductives. En effet, ces charges sont dues essentiellement à la puissance absorbée par l'ensemble des charges connectées au réseau de distribution (dont nous avons vu qu'elles étaient surtout inductives), par les transformateurs (toujours inductifs) et par les lignes et câbles des réseaux de distribution (inductifs ou capacitifs). Seule des situations où le réseau de distribution est très peu chargé (heures de faible consommation) peuvent conduire à une charge équivalente capacitive, vue du réseau de transport, surtout si les départs MT connectés en aval sont souterrains.

RÉGLAGE DE LA TENSION STATORIQUE DES ALTERNATEURS

modélisation

Les alternateurs de forte puissance (centrales nucléaires et certaines centrales thermiques) sont en général des machines synchrones à pôles lisses dont la vitesse de rotation est de 1500 tr/mn ou 3000 tr/mn (ce qui est le maximum possible pour une machine synchrone connectée à un réseau 50 Hz). En régime permanent équilibré, et en faisant l'hypothèse qu'aucune partie magnétique (fer) n'est saturée, une telle machine peut être modélisée par un schéma équivalent monophasé étoile.



Si on néglige les phénomènes de saturation, et si l'alternateur tourne à vitesse constante (la vitesse de synchronisme), on peut considérer que la f.e.m. interne E est proportionnelle au courant d'excitation I_f . Nous écrivons :

$$E = kI_f \quad (17)$$

Dans cette relation, la notation est ambiguë car E désigne la valeur efficace de la f.e.m. sinusoïdale $E(t)$ et I_f représente la valeur du courant d'excitation (continu).

A partir de la figure 15, et en négligeant la résistance statorique de l'alternateur, on peut tracer le diagramme vectoriel suivant :

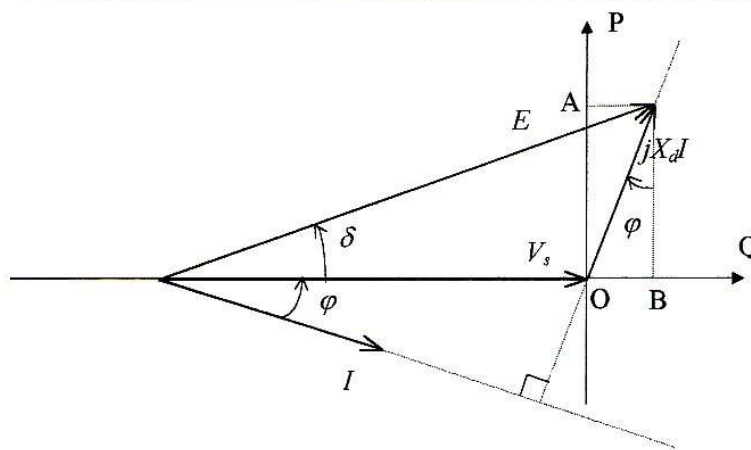


figure 16 : diagramme vectoriel de fonctionnement d'un alternateur

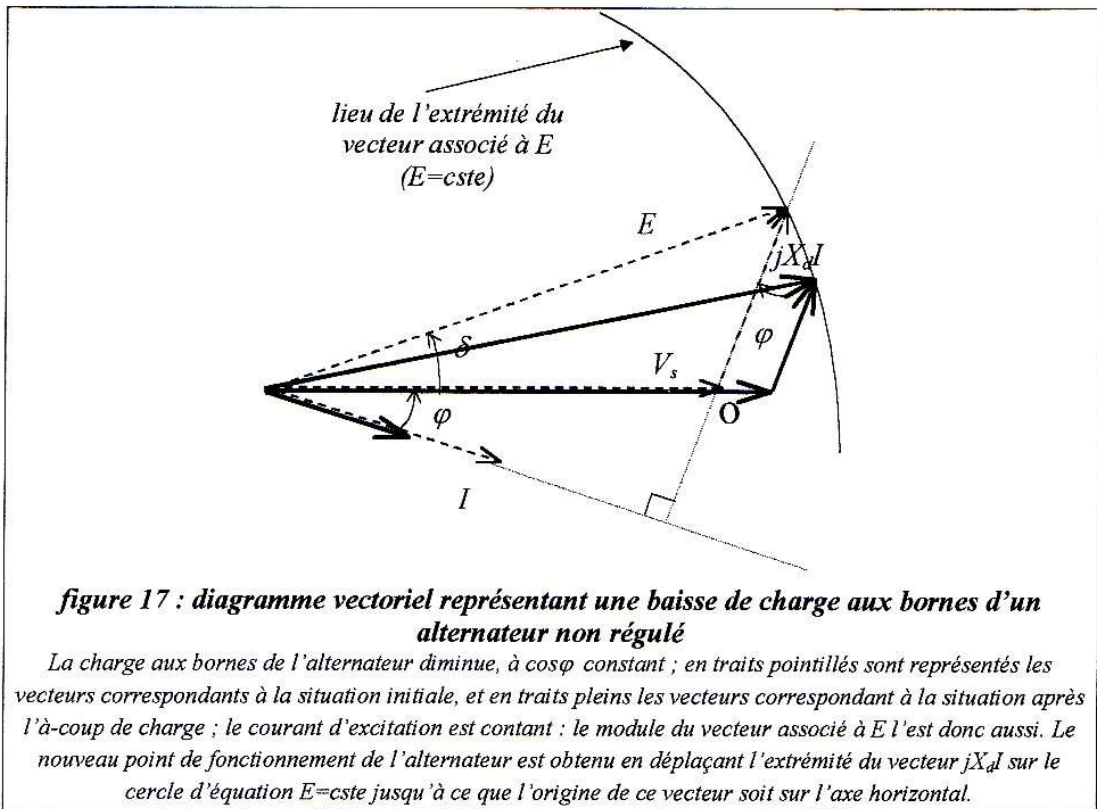
Toutes les grandeurs sont bien sûr supposées parfaitement sinusoïdales ; δ est le déphasage entre la tension statorique et la f.e.m. interne de la machine : cet angle est appelé « angle interne »

Sur ce diagramme, on peut porter deux axes OP et OQ permettant de visualiser la puissance active fournie par l'alternateur P et la puissance réactive fournie ou consommée Q . En effet, la projection orthogonale de l'extrémité du vecteur associé à E sur ces deux axes fournit deux segments OA et AB qui sont proportionnels respectivement à P et Q . Il faut garder à l'esprit que ceci n'est valable que pour une tension statorique V_s de valeur efficace constante.

variations de la tension statorique d'un alternateur seul connecté à une charge isolée

Supposons qu'un alternateur débite sur une charge isolée caractérisée, sous tension nominale, par une puissance active consommée P_D et une puissance réactive Q_D , a priori consommée ou fournie. La tension aux bornes de l'alternateur est supposée égale à la tension nominale du réseau (en module, c'est-à-dire en valeur efficace, ou crête). Les différentes grandeurs (tensions statorique, f.e.m. interne, courants, puissances) sont reliées par le schéma vectoriel de la figure 16. Supposons qu'à partir de cet état, la charge soit modifiée. Que devient la tension statorique ?

Pour simplifier, considérons par exemple que l'impédance de la charge augmente, à angle φ constant. Si le courant d'excitation $I_f n'$ est pas modifié, le module de la f.e.m. E reste constant (voir relation 17). Le diagramme vectoriel de fonctionnement de l'alternateur est modifié ainsi :



La conclusion est claire :

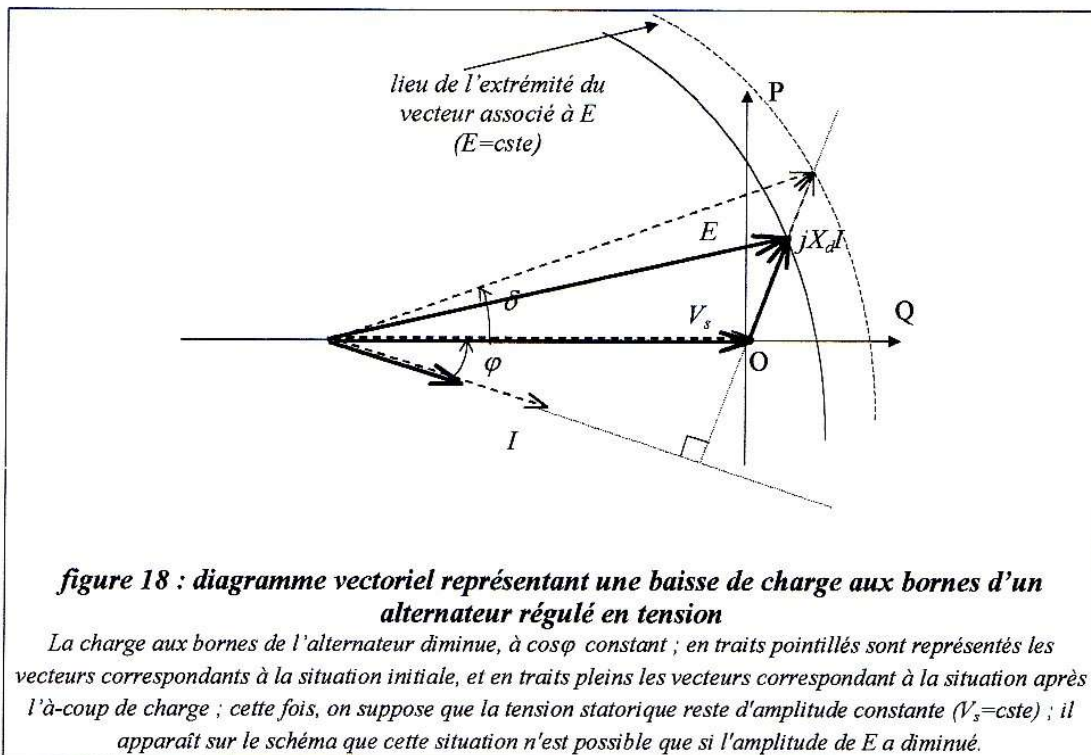
→ diminuer la charge aux bornes de l'alternateur sans changer le courant d'excitation conduit à une augmentation de la tension statorique

Bien évidemment, la conclusion "symétrique" est valable :

→ augmenter la charge aux bornes de l'alternateur sans changer le courant d'excitation conduit à une diminution de la tension statorique

Notons que l'étude ci-dessus ne s'intéresse qu'aux régimes permanents de fonctionnement, et ne donne aucune indication sur le régime transitoire associé à un à-coup de charge.

Si l'objectif est de maintenir la tension statorique constante lorsque la charge de l'alternateur varie, il convient de reprendre le diagramme vectoriel ci-dessus, mais en se déplaçant désormais sur le cercle correspondant à $V_s=cste$.



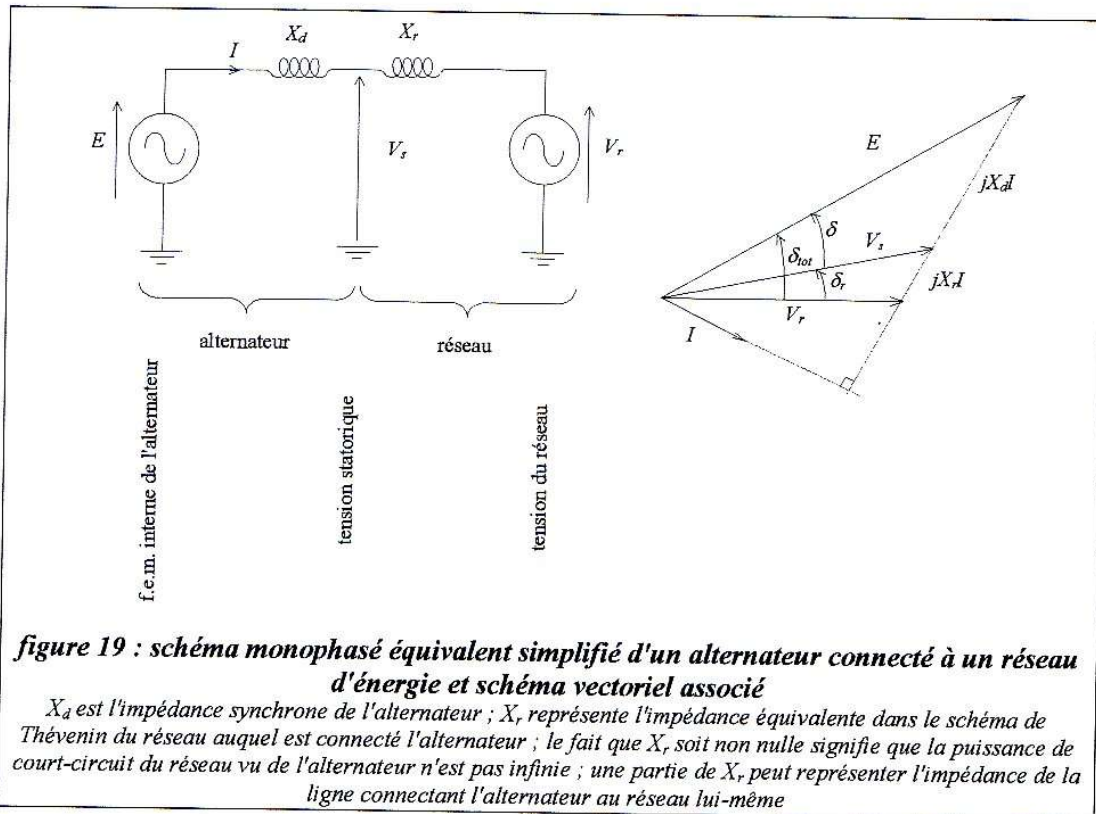
Cette analyse conduit au résultat important suivant :

→ pour maintenir constante l'amplitude de la tension statorique V_s lorsque la charge aux bornes d'un alternateur isolé varie, il convient de jouer sur l'amplitude de la f.e.m. interne E , ce qui sera possible en jouant sur le courant d'excitation i_f , via la tension d'excitation v_f : augmenter V_s passe par une augmentation de E .

variations de la tension statorique d'un alternateur connecté à un réseau

Supposons maintenant qu'un alternateur soit connecté non pas à une charge isolée, mais à un réseau d'énergie comportant d'autres sources.

Le schéma d'étude simplifié de cette situation peut se ramener à celui de la figure suivante :



Plaçons-nous dans une situation donnée, où l'alternateur fournit une puissance active P au réseau, et cherchons à évaluer l'impact d'une variation de cette puissance sur la tension statorique de l'alternateur.

1^{ère} situation : E et V_r restent constantes (en module)

La figure 19 permet d'écrire, en notation complexe et en notant $X_{tot} = X_d + X_r$:

$$\bar{V}_s = \bar{V}_r + jX_r \bar{I} \quad \text{et} \quad I = \frac{E e^{j\delta_{tot}} - V_r}{jX_{tot}}$$

d'où :

$$V_s = \left(V_r \left(1 - \frac{X_r}{X_{tot}} \right) + \frac{X_r}{X_{tot}} E \cos \delta_{tot} \right) + j \left(\frac{X_r}{X_{tot}} E \sin \delta_{tot} \right)$$

$$V_s^2 = \left(\frac{X_r}{X_{tot}} E \right)^2 + \left(\frac{X_d}{X_{tot}} V_r \right)^2 + 2V_r E \frac{X_r}{X_{tot}} \frac{X_d}{X_{tot}} \cos \delta_{tot} \quad (18)$$

Par ailleurs, la puissance P fournie par l'alternateur peut s'écrire :

$$P = \frac{V_r E}{X_{tot}} \sin \delta_{tot} \quad (19)$$

Si la puissance mécanique transmise au rotor de l'alternateur augmente, alors P augmente aussi. À tensions V_r et E constantes (en module), cette augmentation de puissance se traduit par une augmentation de l'angle δ_{tot} . Sachant que $0 < \delta_{tot} < 90^\circ$ (domaine de stabilité de l'alternateur), cette augmentation de δ_{tot} conduit, d'après la relation (18), à une diminution de la tension statorique V_s .

→ A courant d'excitation constant, augmenter la puissance active fournie par l'alternateur, c'est diminuer la tension statorique

2^{ème} situation : V_s et V_r restent constantes (en module)

Cette fois, on cherche à maintenir la tension statorique constante en faisant varier E (via la tension d'excitation).

Toujours en s'appuyant sur la figure 19, on peut cette fois-ci écrire :

$$\bar{E} = \bar{V}_r + jX_{tot}\bar{I} \quad \text{et} \quad I = \frac{V_s e^{j\delta_r} - V_r}{jX_r}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \left(-\frac{X_d}{X_r} V_r + \frac{X_{tot}}{X_r} V_s \cos \delta_r \right) + j \left(\frac{X_{tot}}{X_r} V_s \sin \delta_r \right) \\ E^2 &= \left(\frac{X_{tot}}{X_r} V_s \right)^2 + \left(\frac{X_d}{X_r} V_r \right)^2 - 2V_r V_s \frac{X_d}{X_r} \frac{X_{tot}}{X_r} \cos \delta_r \end{aligned} \quad (20)$$

A tension statorique V_s et tension réseau V_r constantes (en module), l'augmentation de la puissance active fournie par l'alternateur est liée à une augmentation de l'angle δ_r , puisque cette puissance peut encore être exprimée ainsi :

$$P = \frac{V_s V_r}{X_r} \sin \delta_r \quad (21)$$

Par ailleurs, l'angle δ_r étant toujours compris entre 0 et 90° (stabilité du réseau), une augmentation de δ_r correspond dans la relation (20) à une augmentation de E .

→ Lorsque la puissance active fournie par l'alternateur varie, la tension statorique ne peut être maintenue constante que si l'on agit sur le courant d'excitation : lorsque la puissance augmente, la tension statorique a tendance à baisser, et il faut augmenter le courant d'excitation.

Cherchons maintenant à évaluer l'impact d'une variation de la tension du réseau. Pour cela, nous allons considérer que la puissance active fournie par l'alternateur au réseau reste constante, mais que c'est V_r qui varie.

1^{ère} situation : E reste constante (en module)

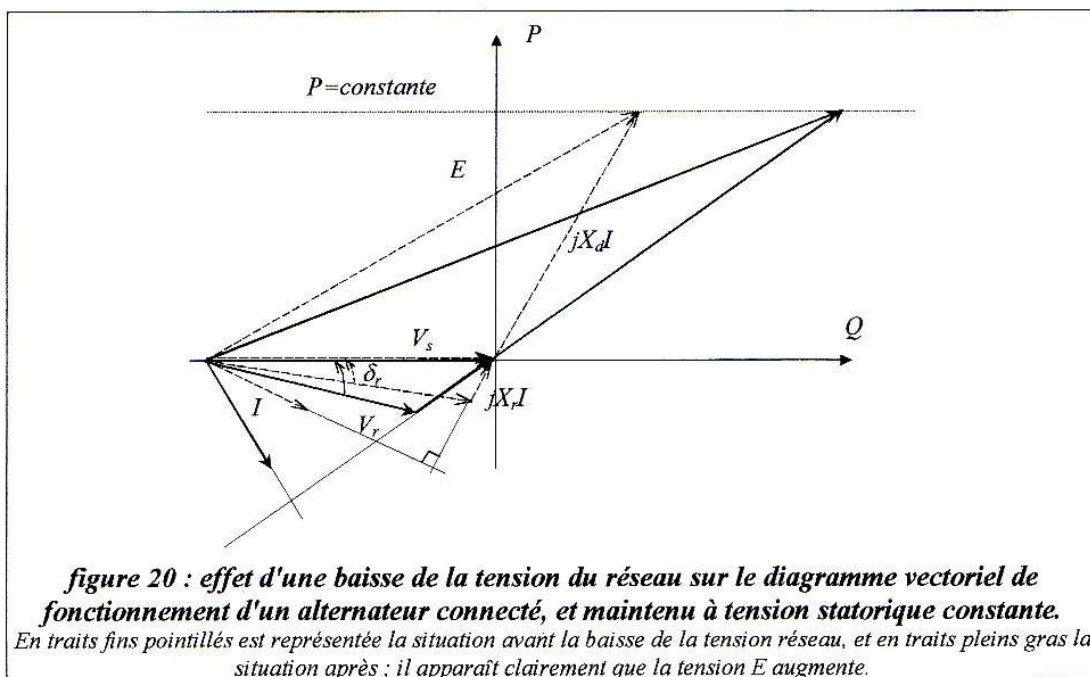
On suppose par exemple que la tension réseau V_r baisse. D'après la relation (19), cela signifie que δ_{tot} augmente, la puissance P restant constante.

La relation (18) montre alors que V_s baisse.

→ Lorsque la tension du réseau baisse, si l'on ne joue pas sur l'excitation de la machine, la tension statorique de l'alternateur baisse aussi.

2^{ème} situation : V_s reste constante (en module)

On suppose toujours que la tension réseau V_r baisse, mais cette fois, on suppose que la tension statorique de la machine reste constante. Dans quel sens la tension E a-t-elle varié pour arriver à cette situation ? Pour répondre à cette question, reprenons le diagramme vectoriel de la figure 21, en remarquant que l'angle δ , augmente nécessairement (voir la relation (19) avec P et V_s constantes).



Le diagramme vectoriel montre que plus l'impédance X_r est petite face à l'impédance synchrone X_d , plus la variation de E nécessaire au maintien de la tension statorique est forte en cas de baisse de la tension réseau. Cela signifie simplement qu'un alternateur de petite puissance ne peut pas limiter les variations de tension imposées à ses bornes par un réseau de forte puissance (sauf au prix de variations déraisonnables de la tension E , donc du courant d'excitation).

En cas de hausse du niveau de tension du réseau, un raisonnement analogue conduit à diminuer E pour arriver à maintenir la tension statorique constante. Dans ce cas, ceci n'est d'ailleurs possible que si l'on n'atteint pas la limite de stabilité de l'alternateur.

Concluons :

Pour maintenir la tension statorique V_s d'un alternateur constante, qu'il fonctionne sur charge isolée ou connecté au réseau, il faut jouer sur la f.e.m. interne E , c'est-à-dire sur le courant d'excitation I_f : pour augmenter V_s , il faut augmenter E (donc I_f) et inversement.

structure d'un régulateur de tension

La boucle de régulation de tension d'un alternateur aura une structure de base conforme à celle de la figure 21.

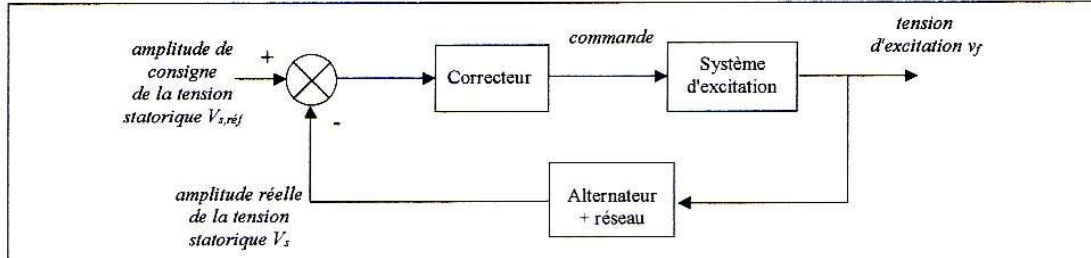
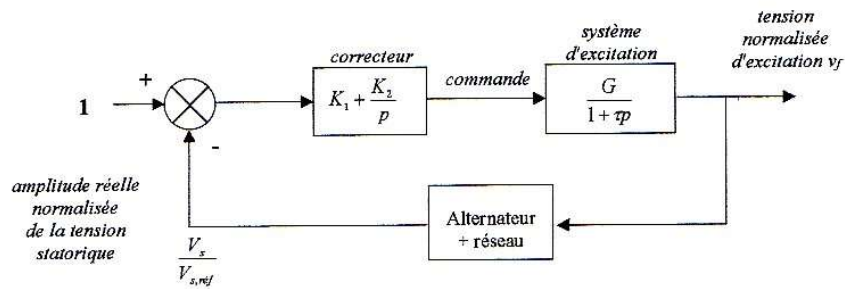


figure 21 : schéma de principe élémentaire d'un régulateur de tension

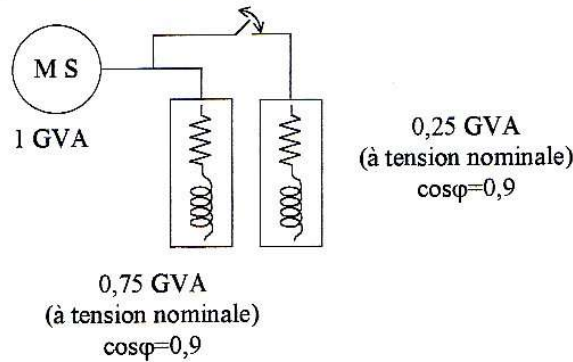
ce schéma de principe reste simple : il est en général complété par des boucles secondaires faisant intervenir par exemple les puissances active et/ou réactive fournies par l'alternateur ; dans la réalité, la boucle de régulation de tension fera aussi intervenir des saturations : en effet, il est clair que, pour des raisons physiques de tenue du matériel, la tension d'excitation ne pourra dépasser un certain seuil haut. Un seuil bas sera aussi à prendre en compte ; celui-ci pourra être nul ou négatif, selon le système d'excitation de la machine, capable ou non de générer des tensions négatives ; des seuils et plafonds pourront aussi intervenir entre le correcteur et le système d'excitation.

exemple sur charge isolée

A titre d'exemple, considérons la structure suivante :



Le système d'excitation est modélisé par un système du premier ordre de gain G et de constante de temps τ . Le correcteur est de type "proportionnel-intégral" (PI). L'alternateur est de puissance apparente nominale $S_n=1 \text{ GVA}$, son impédance synchrone est de 250%, il est parfaitement régulé en fréquence et débite sur une charge variable modélisée par une impédance R,L série, selon le schéma suivant :



Le correcteur peut être réglé par des méthodes traditionnelles d'automatique. Notons toutefois que ces méthodes deviennent plus délicates lorsque l'on tient compte des éventuelles saturations dans la boucle de régulation (sans parler des saturations magnétiques de la machine elle-même).

Supposons que le système d'excitation se caractérise par $G=1$ (les grandeurs étant normalisées) et $\tau=300ms$. L'ensemble décrit ci-dessus peut être simulé avec le logiciel EMTP ; observons quelques résultats, et plus particulièrement l'évolution de la tension statorique (valeur efficace réduite) et de la tension continue d'excitation v_f (normalisée), en cas d'à-coup de charge (pleine charge de $t=0$ à $t=1s$, puis $\frac{3}{4}$ de charge de $t=1s$ à $t=15s$, puis à nouveau pleine charge).

1^{er} cas : pas de régulation de tension

La tension statorique augmente dès que la charge diminue, ce qui est conforme à l'analyse ci-dessus. Par ailleurs, la valeur réduite de la tension pour $\frac{3}{4}$ de charge est d'environ 124% : cette valeur peut être prédéterminée par un simple diagramme de Fresnel.

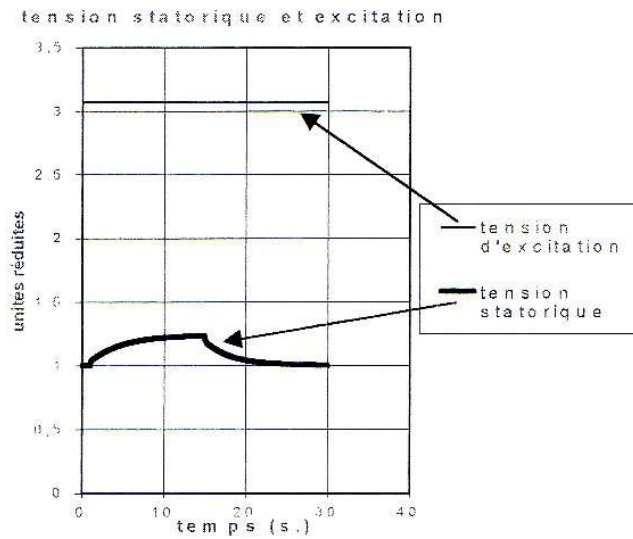


figure 22 : variations de tension en cas d'à-coup de charge sur un alternateur non régulé
l'alternateur, initialement à pleine charge, perd 1/4 de la charge entre t=1s et t=15s ; la tension d'excitation reste constante ; la tension statorique subit de grosses variations

En effet, l'exploitation du schéma vectoriel de la figure 16 conduit à :

$$V_s^2 + 2X_d I \sin \varphi V_s + (X_d I)^2 - E^2 = 0 \quad (22)$$

(V_s , E , X , et I sont ici des modules de grandeurs complexes).

Lorsque la charge est modélisée par $\bar{Z} = R + jX$, on peut remplacer I par V_s/Z (en module), d'où :

$$V_s = \frac{E}{\sqrt{1 + 2 \frac{X_d}{Z} \sin \varphi + \left(\frac{X_d}{Z}\right)^2}} \quad (23)$$

La relation (22), éventuellement appliquée aux grandeurs réduites, permet de calculer la valeur initiale de E correspondant à la charge nominale de l'alternateur et à la tension statorique nominale :

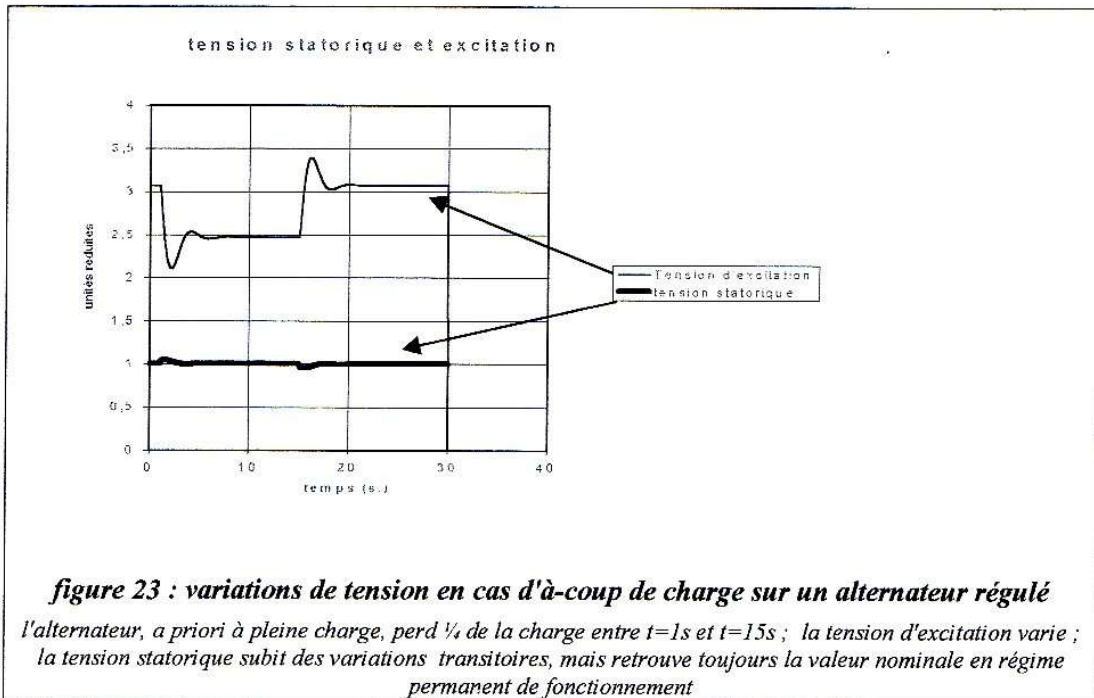
$$V_s = 1,0 \text{ p.u.}, I = 1,0 \text{ p.u.}, X_d = 2,5 \text{ p.u.} \rightarrow \boxed{E = 3,1 \text{ p.u.}}$$

La relation (23) permet ensuite de calculer la valeur de la tension statorique lors de l'à-coup de charge :

$$E = 3,1 \text{ p.u.}, Z = 1/0,75 \text{ p.u.}, X_d = 2,5 \text{ p.u.} \rightarrow \boxed{V_s = 1,24 \text{ p.u.}}$$

2^{ème} cas : $K_1=3$ et $K_2=5$ (correcteur proportionnel-intégral)

Si on considère un correcteur de type proportionnel seulement, le gain doit être suffisamment important pour que l'erreur statique de la boucle de régulation soit faible. Si toutefois ce gain est trop élevé, le système sera instable. Un régulateur de type proportionnel-intégral est plus facile à mettre en œuvre et permet d'obtenir de bons résultats. La figure ci-dessous montre les résultats obtenus pour des coefficients $K_1=5$ et $K_2=3$.



La relation (22) conduit à la valeur de E permettant de garder V_s constante lors de l'à-coup de charge :

$$V_s=1,0 \text{ p.u.}, I=1/0,75 \text{ p.u.}, X_d=2,5 \text{ p.u.} \rightarrow \boxed{E = 2,5 \text{ p.u}}$$

Des structures plus complexes de régulateurs, intégrant des boucles visant à stabiliser le comportement de l'alternateur, sont décrites dans les ouvrages [2] (régulateurs proposés par IEEE) et [3] (régulateur 4 boucles de EDF).

l'alternateur dans son environnement

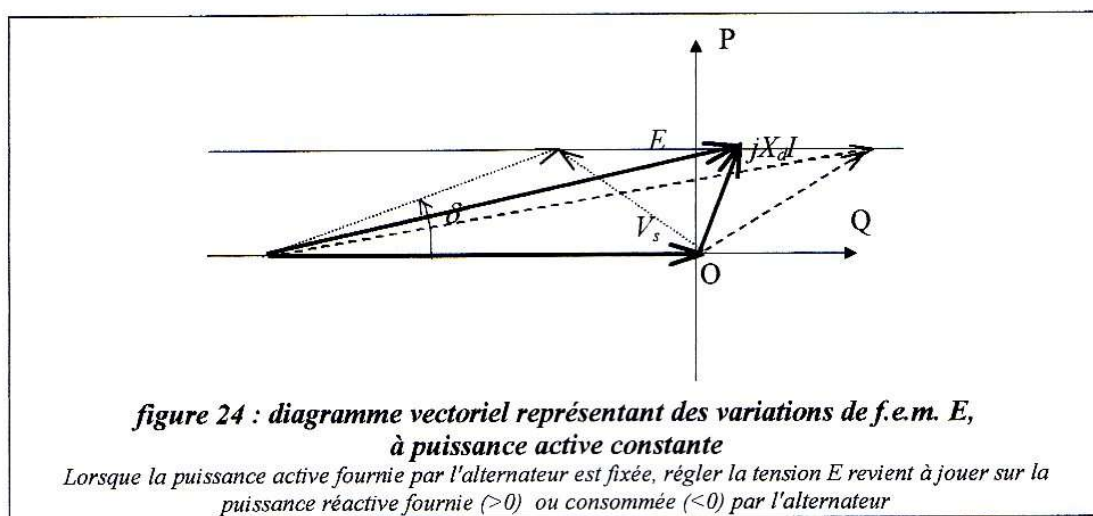
Pour maintenir constante la tension statorique d'un alternateur, on peut donc jouer sur le courant d'excitation, c'est-à-dire, en définitive, sur la f.e.m. E .

En fait, régler un alternateur, c'est plus généralement agir sur les deux grandeurs suivantes :

→ la **puissance mécanique** admise au niveau des turbines : cette puissance sera aussi, aux pertes près, la puissance active (électrique) transmise au réseau ; la façon dont la puissance mécanique est réglée fait l'objet d'un autre chapitre (réglage fréquence-puissance).

→ la **tension d'excitation** : c'est par son intermédiaire que sera réglée la tension statorique, ou encore, à puissance active fixée, la puissance réactive fournie ou consommée par l'alternateur.

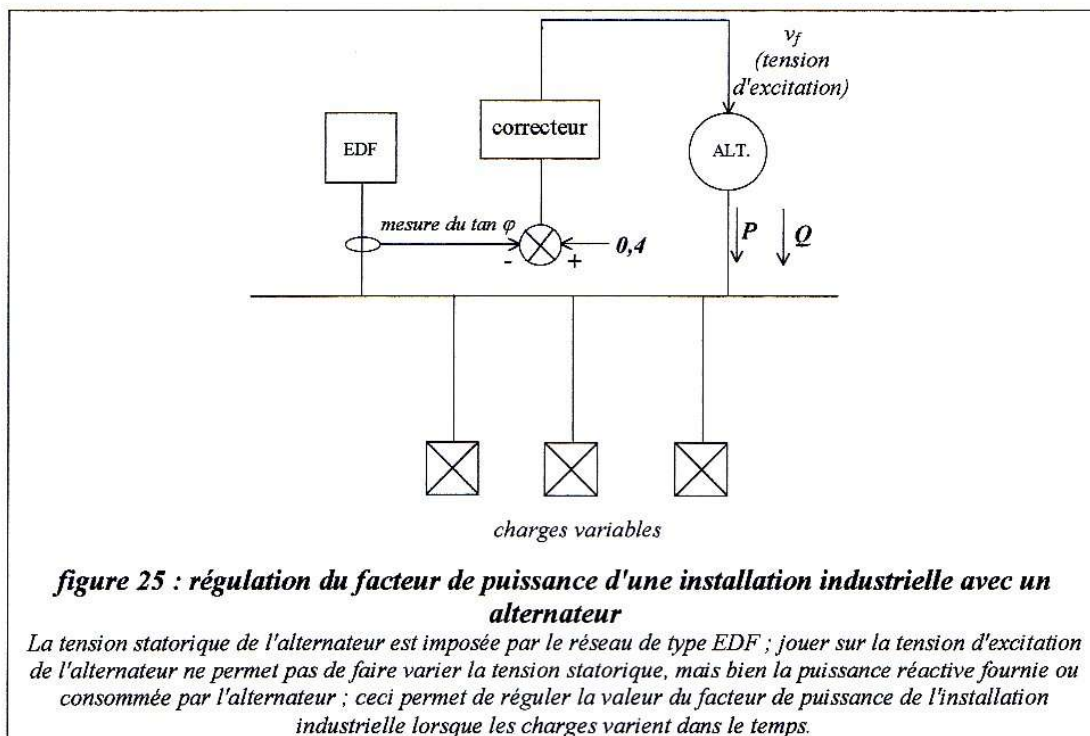
Le diagramme vectoriel suivant montre en effet que régler la f.e.m. E , à puissance active constante, c'est jouer sur la puissance réactive :



Pratiquement, on peut distinguer plusieurs cas de figure, selon le type de réseau :

→ **sur les grands réseaux (réseaux de transport)**

Quelques alternateurs sont choisis pour assurer le réglage de la tension : ce sont les plus puissants, leur tension statorique est réglée par l'intermédiaire d'un régulateur de tension dont le principe de base est décrit figure 19. Notons que le réglage de l'ensemble de ces alternateurs est coordonné par un réglage parfois qualifié de "réglage secondaire", dont l'objectif est de fixer les *consignes* de tensions statoriques des différents alternateurs permettant de tenir le meilleur plan de tension. Les stratégies de ce réglage secondaire sont différentes selon les pays : en France, il repose sur un découpage géographique du pays en plusieurs zones, chacune d'entre elle étant représentée, pour le réglage de tension, par un "nœud pilote". La tension de ce nœud pilote est supposée représentative de la tension à l'intérieur de la zone, et les tensions de consigne de tous les alternateurs réglés de la zone



LIMITATION DES TRANSITS DE PUISSANCE RÉACTIVE

généralités

Notons en premier lieu que le réglage de la tension sur un réseau de transport et, dans une moindre mesure, de distribution d'énergie électrique, est fortement lié aux transits de puissance réactive sur ce réseau. La première mesure à prendre pour maintenir la tension à un niveau correct, est de minimiser ces transits, en obligeant les clients connectés au réseau à limiter leur consommation de puissance réactive (les charges sont en effet majoritairement inductive : voir ci-dessus le paragraphe sur le comportement des charges). Ceci est fait par le biais d'une politique tarifaire qui oblige les clients industriels à fournir localement une partie de la puissance réactive qu'ils consomment. Cette compensation de puissance réactive est en général faite par le biais de bancs de capacités connectés sur le jeu de barres de l'arrivée de type EDF. Elle peut aussi être réalisée, au moins partiellement, par un alternateur, lorsque l'installation industrielle en possède un : voir paragraphe ci-dessus.

Toutefois, cette compensation locale de la puissance réactive consommée par les charges ne peut suffire à diminuer suffisamment les transits de puissance réactive sur le réseau ; en premier lieu parce qu'aucun distributeur d'énergie ne peut exiger de ses clients une compensation parfaite (le $\tan \varphi$ d'une installation industrielle est aujourd'hui limité à 0,4) et en second lieu parce que le réseau de transport et de distribution est lui-même susceptible de

consommer de la puissance réactive : voir le paragraphe sur le comportement naturel du réseau, ci-dessus. Il convient alors d'installer des moyens de compensation de la puissance réactive sur le réseau lui-même

bancs de capacités

Ces bancs de capacités sont connectés sur l'ensemble des réseaux de distribution, de répartition et même de transport. Ils se présentent en général sous forme de batteries caractérisées par leur puissance réactive totale (de quelques MVAR sous 20 kV à quelques dizaines de MVAR sous 90 kV). Ces batteries sont parfois scindées en quelques gradins qui peuvent être connectés indépendamment les uns des autres, ce qui permet un réglage "plus fin" de la puissance réactive connectée au réseau.

Pour des raisons de coût d'installation et de maintenance, ces bancs de capacités sont pratiquement toujours situés dans des postes de transformation HT/MT ou THT/HT, même si cette pratique ne correspond que rarement à un optimum vis-à-vis de la tenue de tension.

A titre indicatif, l'ensemble des bancs de capacités installés sur les jeux de barres "moyenne tension" (20 kV) en France représente une puissance réactive totale de l'ordre de 13000 MVAR. Sur les jeux de barres "haute tension" (63 ou 90 kV), cette puissance est de 1300 MVAR environ.

L'enclenchement des bancs de capacités est le plus souvent manuel, par télécommande depuis un centre de dispatching. Il peut aussi être automatique, à partir d'une commande horodatée. En effet, l'enclenchement des bancs de capacités a pour effet de relever la tension sur le réseau. Lorsque celui-ci est peu chargé (heures creuses de la journée), il n'est pas nécessaire de laisser sous tension les bancs de capacités. Cela peut même être néfaste, si l'on se rapproche du haut de la fourchette de tension autorisée. Les bancs de capacités sont donc mis en service en période de forte demande et déconnectés lorsque le réseau est faiblement chargé.

inductances

Lorsque le réseau est à vide, il a un comportement capacitif : voir à ce sujet le paragraphe sur comportement des lignes et des câbles ci-dessus. Ceci peut conduire à un plan de tension dangereusement élevé, particulièrement sur le réseau de transport (225 et 400 kV). Afin de pouvoir faire face à cette situation, il existe des inductances qui sont mises en service lorsque le réseau est très faiblement chargé. Ces inductances sont en général connectées aux bornes d'un enroulement tertiaire des transformateurs THT/HT.

En France, leur présence est jusqu'alors essentiellement justifiée sur le réseau de transport, mais cette situation pourrait évoluer avec l'enfouissement progressif du réseau de distribution. En effet, les câbles souterrains ont une capacité linéique beaucoup plus élevée que les lignes aériennes, ce qui n'est pas sans conséquence sur le comportement global du réseau.

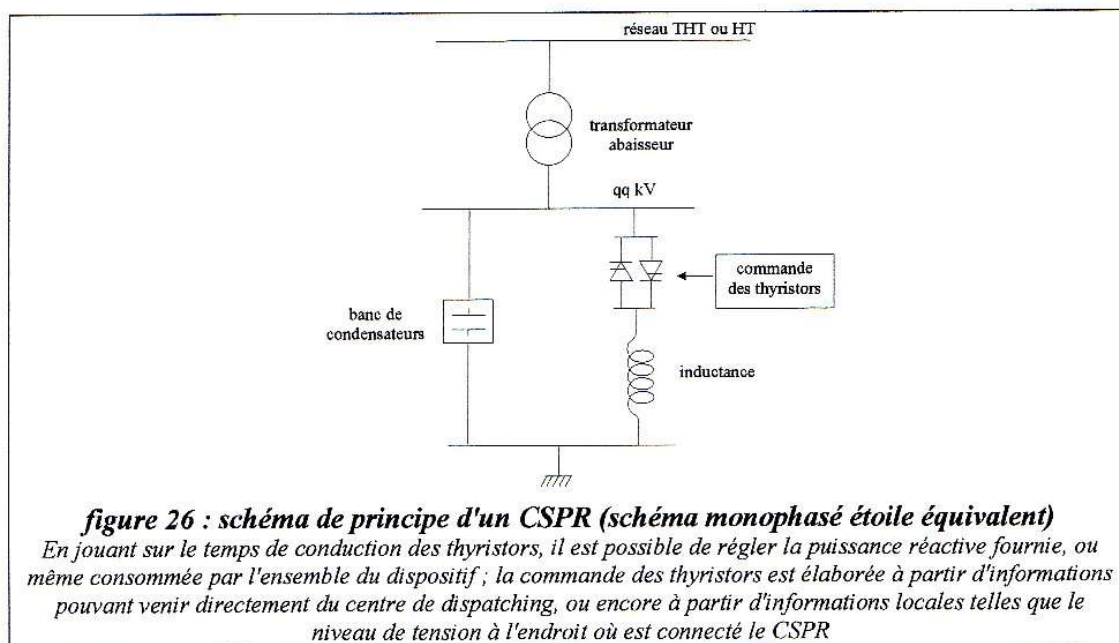
compensateurs synchrones

La plupart de la puissance réactive fournie sur le réseau de transport provient des alternateurs de centrales. Ces groupes peuvent fournir ou consommer de la puissance réactive, et cette propriété est utilisée pour tenir la tension statorique des alternateurs : ce point a été largement abordé précédemment.

Il est aussi concevable d'installer sur le réseau des alternateurs ne fournissant aucune puissance active (ou presque ...) et dont le rôle n'est plus que de fournir ou consommer de la puissance réactive : de tels alternateurs sont appelés "compensateurs synchrones". Ils sont en général fabriqués à partir de "vieux" alternateurs déclassés et éventuellement rebobinés pour fonctionner en compensateurs synchrones. Ils sont particulièrement efficaces car facilement et continûment commandables, contrairement aux bancs de capacités qui fonctionnent quasiment en tout ou rien. Toutefois, leur coût est souvent prohibitif. En France, il existe un seul site de compensateurs synchrones, à Chevire (près de Nantes).

compensateurs statiques de puissance réactive (CSPR)

Depuis quelques années, l'apparition de composants semi-conducteurs capables de commuter des courants élevés sous de fortes tensions a permis d'envisager de nouveaux types de compensateurs, présentant une souplesse d'utilisation et de réglage que n'ont pas les bancs de condensateurs, et d'un coût inférieur aux compensateurs synchrones. Le schéma de principe de ces appareils est le suivant :



Un CSPR permet de mobiliser de la puissance réactive très rapidement. Il peut donc être très utile pour éviter des écroulements de tension : voir paragraphe sur ce sujet ci-dessous. Il permet aussi de régler continûment la puissance réactive fournie ou consommée, ce qui n'est pas possible avec un banc de capacités.

Ce dispositif est encore peu répandu, essentiellement pour des raisons de coût. En Europe, on en trouve essentiellement en Angleterre. En France, des études sont menées pour évaluer leur intérêt technico-économique, compte tenu de la structure du réseau.

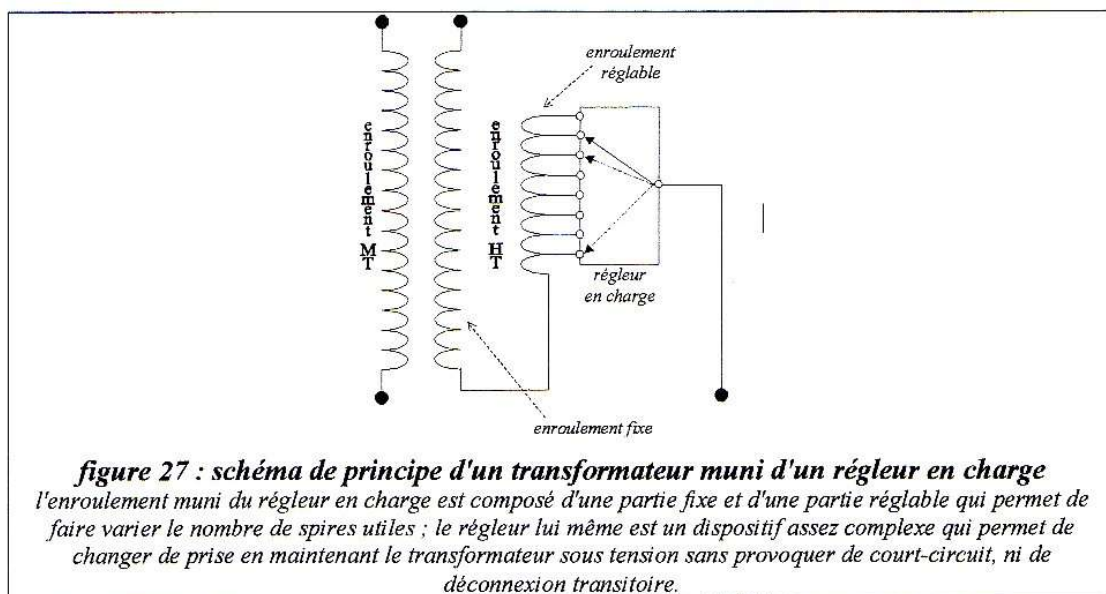
Notons enfin que des structures beaucoup plus complexes que celle décrite ci-dessus sont également à l'étude.

RÉGLEURS EN CHARGE DES TRANSFORMATEURS

Principe

Les régleurs en charge sont des dispositifs très importants pour le réglage et la tenue de la tension sur un réseau de transport et de distribution d'énergie électrique. Ils permettent de découpler, dans une certaine mesure, les différents niveaux de tension vis-à-vis des variations lentes de tension.

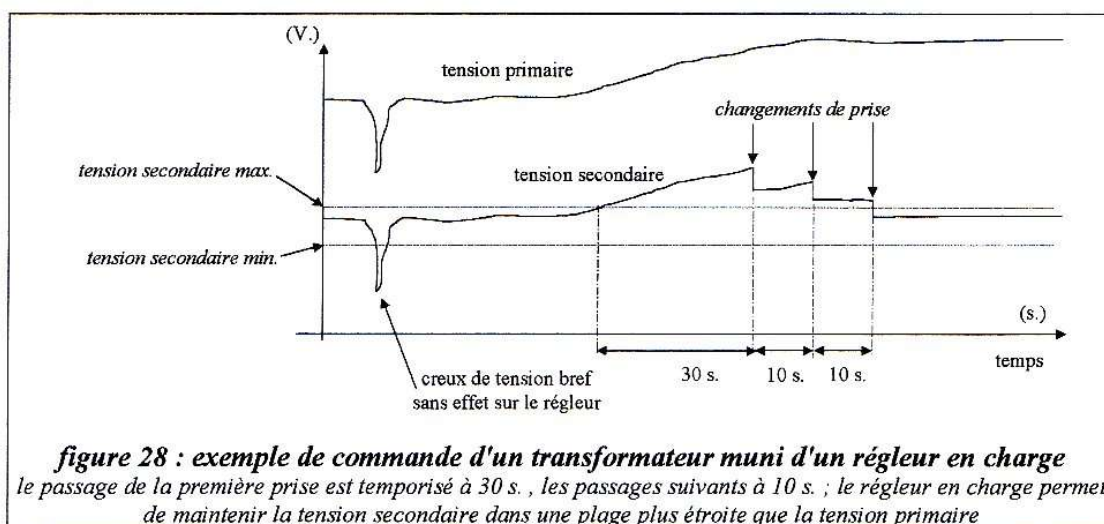
Le principe est extrêmement simple : il s'agit de réaliser un transformateur dont le rapport de transformation n'est pas fixe, mais peut évoluer dans une certaine plage. Pour cela, un des deux enroulements du transformateur (en général celui de tension élevée) est séparé en deux parties : une partie fixe, en série avec une partie d'étendue variable.



En général, le réglage porte sur 15 à 30 % de la tension nominale, pour un nombre total de prises de 10 à 20.

commande

Lorsque la tension primaire du transformateur varie, il est possible d'atténuer les variations de la tension secondaire en changeant la prise de connexion de l'enroulement secondaire. Ce changement de prise est en général automatique. Il vise à combattre non pas les variations rapides de tension (creux de tension de quelques ms à quelques secondes), mais les variations lentes. De ce fait, chaque changement de prise du régleur est temporisé d'une durée de 10 à 30 s. Cette temporisation est nécessaire pour éviter des changements de prise trop fréquents qui non seulement seraient sans grand effet sur les variations rapides de tension, mais encore useraient prématurément le dispositif mécanique du régleur.



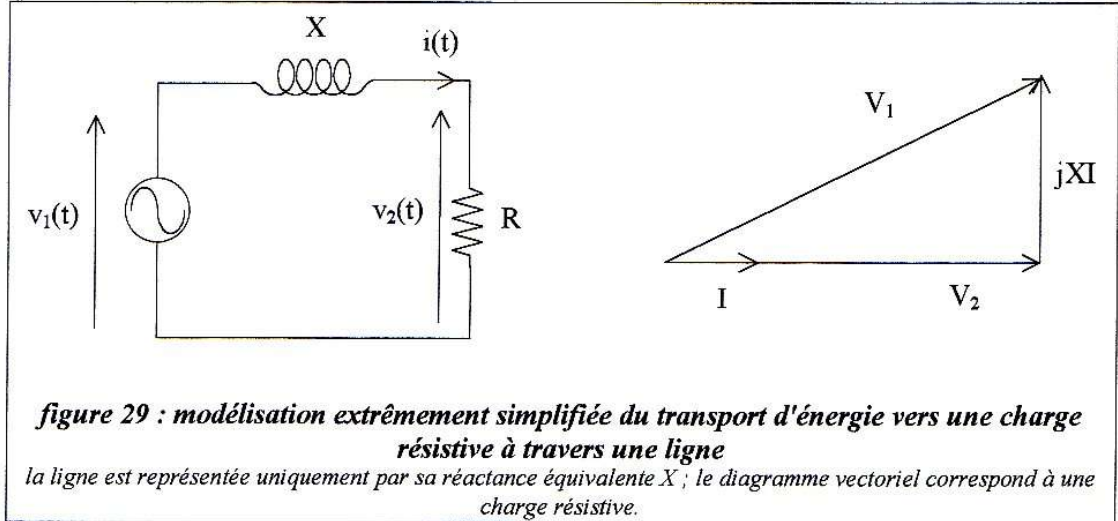
Le régleur en charge est un dispositif très répandu sur les réseaux de répartition et de distribution d'énergie.

ECROULEMENT DE TENSION

Les régleurs en charge sont indispensables si l'on veut maintenir une bonne régulation de tension sur l'ensemble du réseau : ils permettent de découpler les niveaux de tension vis-à-vis des variations lentes de tension. Cependant, les régleurs en charge peuvent aussi, dans certaines circonstances, entraîner une instabilité du réseau qui évolue vers ce qu'il est commun d'appeler un "écroulement de tension".

cas d'école

Supposons qu'une charge purement résistive soit alimentée par une source idéale de tension via une ligne de transport d'énergie.



Calculons la puissance fournie à la charge en fonction de la valeur efficace V_2 de la tension $v_2(t)$:

$$P = RI^2 \quad \text{avec} \quad V_1^2 = V_2^2 + (XI)^2$$

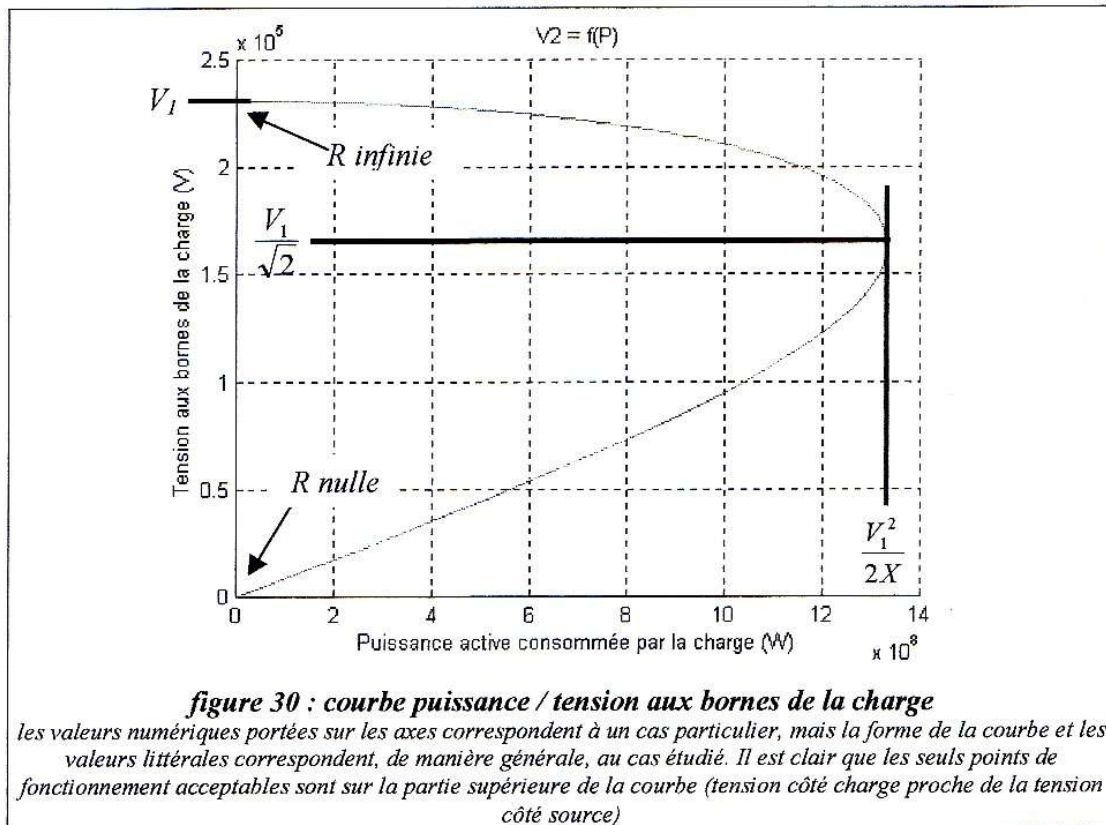
d'où :

$$P = \frac{V_2 \sqrt{V_1^2 - V_2^2}}{X} \quad (24)$$

le calcul de $\frac{dP}{dV_2}$ conduit à :

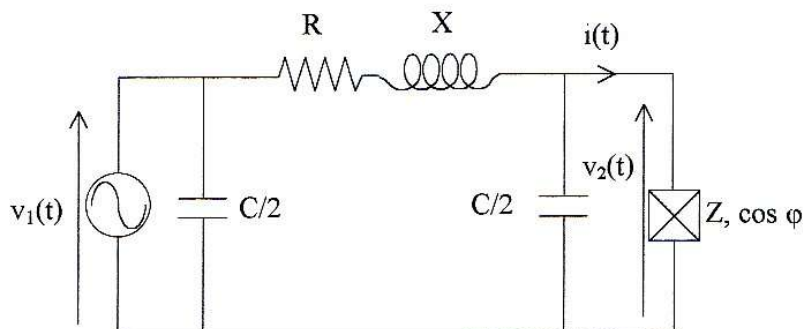
$$\frac{dP}{dV_2} = \frac{V_1^2 - 2V_2^2}{\sqrt{V_1^2 - V_2^2}} \quad (25)$$

ce qui permet de tracer la courbe suivante :



cas réaliste

Pour se rapprocher de la réalité, on peut reprendre l'étude ci-dessus, mais en un schéma en π pour la ligne et une charge caractérisée par une impédance de module Z et un $\cos\varphi$.



La mise en équations est plus complexe (mais faisable ...), et conduit à un réseau de courbes d'allure suivante :

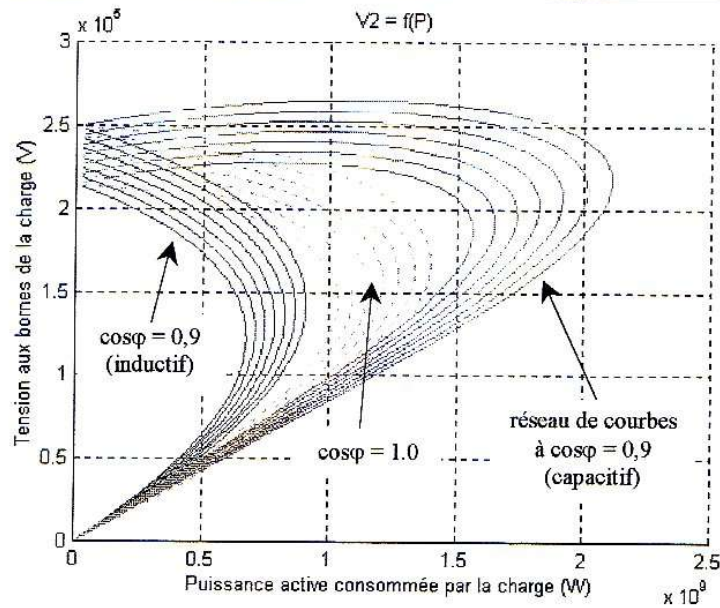


figure 31 : courbe puissance / tension aux bornes de la charge pour différentes valeurs du facteur de puissance

Pour chaque valeur du $\cos \phi$ de la charge, 6 courbes ont été tracées, correspondant chacune à une valeur de la tension efficace côté source V_1 différente ; ces courbes correspondent à une ligne aérienne 400 kV de 50 km ; la tension côté source (V_1) varie entre 370 et 430 kV entre phases ; la tension portée en ordonnée est la tension simple côté charge

La figure ci-dessus montre clairement que, pour une puissance active absorbée, la tenue de tension est étroitement liée à la puissance réactive fournie sur le réseau.

influence des régleurs en charge

Reprenons le cas d'école traité précédemment, mais en y insérant un transformateur muni d'un régleur en charge.

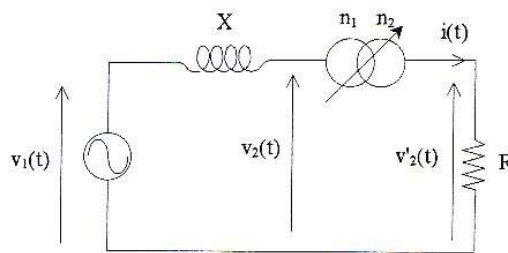
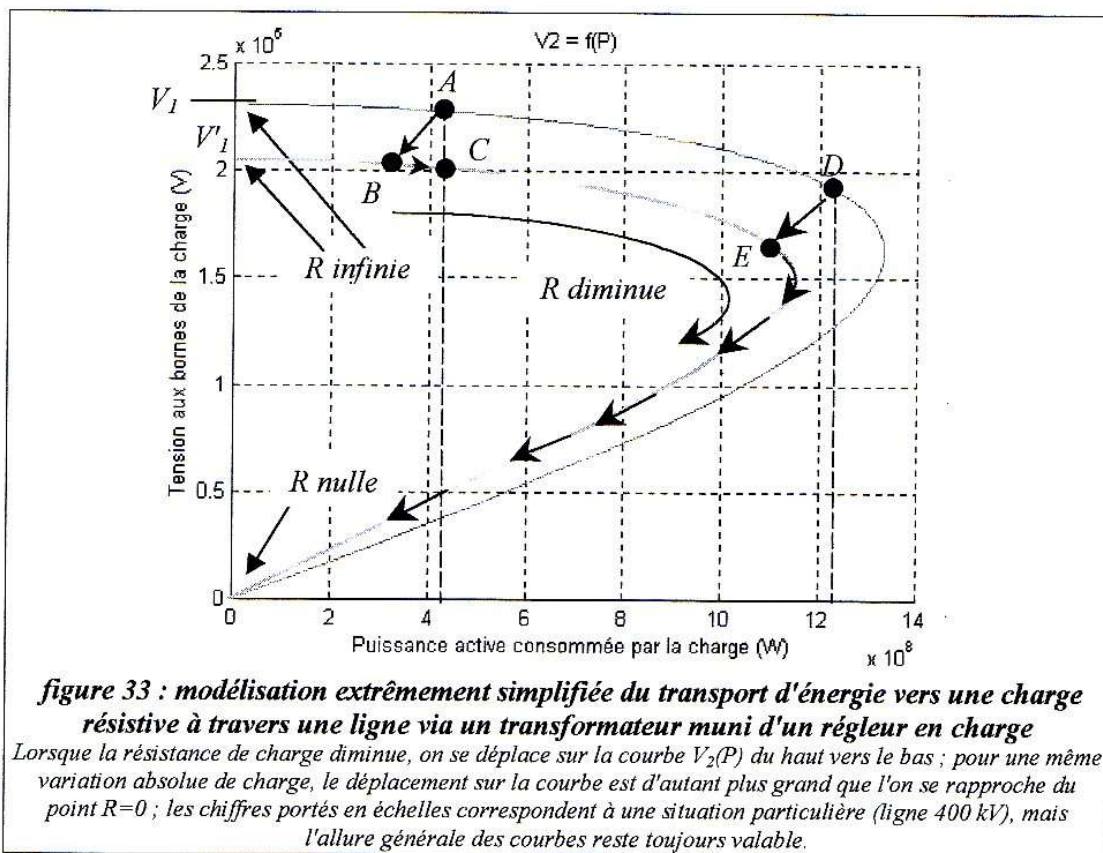


figure 32 : modélisation extrêmement simplifiée du transport d'énergie vers une charge résistive à travers une ligne via un transformateur muni d'un régleur en charge

Le réseau connecté au primaire du transformateur peut représenter un réseau HT et la charge connectée au secondaire une charge de type MT

La courbe de la figure 30 reste valable :



Supposons que le point de fonctionnement initial du réseau soit en A (voir figure). Supposons que suite à un incident sur le réseau amont, la tension V_1 vienne à baisser ; notons V'_1 sa nouvelle valeur. La tension aux bornes de la charge baisse également, et le point de fonctionnement passe de A en B. Le régulateur en charge "voyant" une tension aux bornes de la charge trop faible, il va entrer en action, en relevant la tension V'_2 , c'est-à-dire en augmentant le rapport de transformation n_2/n_1 . Ceci va avoir pour effet de diminuer la résistance apparente $R(n_1/n_2)^2$ vue du primaire du transformateur. Le point de fonctionnement va donc se déplacer, à partir de B, dans le sens des résistances décroissantes, pour se stabiliser en C, point pour lequel la puissance absorbée par la charge est revenue à la valeur initiale, ce qui indique que la tension V'_2 aussi est revenue à la valeur initiale. Notons que pour maintenir la tension aux bornes de la charge, le régulateur en charge a encore dégradé le niveau de tension du réseau amont, déjà fragilisé.

La situation peut être pire encore : si l'on part initialement du point D, la baisse de tension sur le réseau amont fait passer en un point E, à partir duquel le régulateur en charge essaie de relever la tension V'_2 , ce qui a pour effet de déplacer le point de fonctionnement dans le sens des

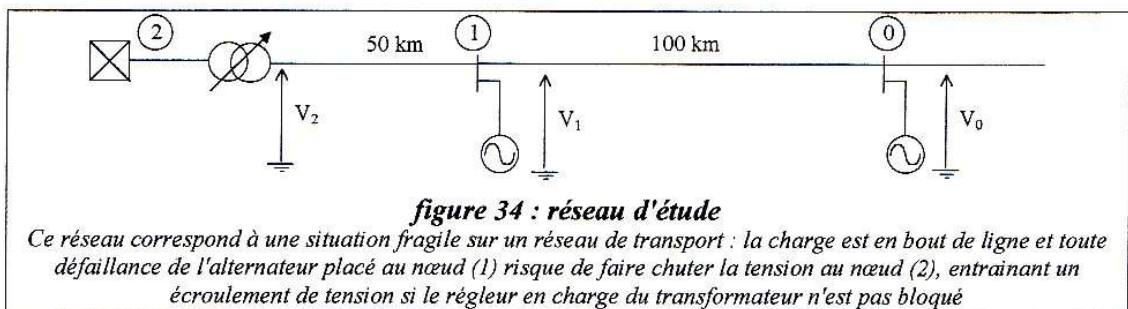
résistances décroissantes. Dans le cas représenté sur la figure, il est impossible de récupérer la puissance initialement consommée par la charge, c'est-à-dire la tension V_2 initiale : le régleur continue à passer les prises, en vain. Le point de fonctionnement se déplace irrémédiablement vers $V_2=0$: ce phénomène est appelé "écroulement de tension".

Ce phénomène est assez lent, car le passage des prises du régleur en charge est toujours temporisé d'au moins 10 secondes. Si l'on ne fait rien pour l'enrayer, ce phénomène est toutefois irréversible, et se poursuit jusqu'à ce que le régleur soit en butée. La solution consiste à bloquer les régleurs dès qu'une tension primaire anormalement basse est détectée. Ce blocage peut être automatique, ou commandé par l'exploitant du réseau. Il est indispensable si l'on veut pouvoir sauver le réseau en cas de baisse accidentelle de la tension dans une zone géographique.

En fonctionnement normal, on essaiera de rester dans la zone des points A ou B de la courbe de la figure 33.

exemple de défaillance du réseau

Considérons le réseau suivant :



Nous allons successivement étudier les situations suivantes :

Situation 1 : fonctionnement normal du réseau

La tension est tenue au point 1 ; la charge a un $\cos\phi$ de 1 : le point de fonctionnement se situe sur la courbe 1 de la figure 35

Situation 2 : la charge est moins bien compensée

La tension est tenue au point 1 ; la charge a un $\cos\phi$ de 0,9 : le point de fonctionnement se situe sur la courbe 2 de la figure 35. On constate que la perte de moyens de compensation au niveau de la charge fait baisser le niveau de tension, et entraîne la mise en marche du régleur en charge. La tension aux bornes de la charge peut alors être rétablie, mais au prix d'une nouvelle baisse de la tension sur le réseau amont.

Situation 3 : la tension n'est plus tenue au point (1)

La tension est tenue au point 0 ; la charge a un $\cos\phi$ de 1.0 : le point de fonctionnement se situe sur la courbe 3 de la figure 35. On constate cette fois que la perte de moyens de production (et donc de tenue de tension) au point 1 met le réseau en péril. Cette situation est critique car la tension baisse, mais surtout parce que le point de fonctionnement après action du régleur en charge sera proche du point de puissance transmise maximale dans la ligne, ce qui est propice aux écroulements de tension : il est prudent, dans une telle situation, de bloquer le régleur . Ce problème est commun à tous les réseaux présentant une antenne longue.

Situation 4 : la tension n'est plus tenue au point (1), mais la charge produit du réactif

La tension est tenue au point 0 ; la charge a un $\cos\phi$ de 0,9 (capacitif) : le point de fonctionnement se situe sur la courbe 4 de la figure 35 . Pour remédier à la situation 3, on a connecté des moyens de production de puissance réactive au nœud 2. La tension remonte. La situation est meilleure, mais elle reste préoccupante car le point de fonctionnement reste proche du point de puissance transmise maximale.

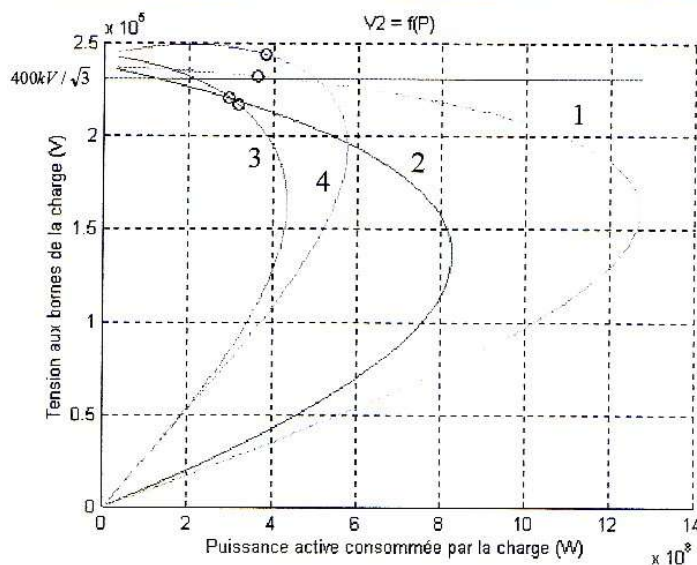


figure 35 : exemples de courbes donnant le niveau de tension simple aux bornes de la charge en fonction de la puissance active consommée, pour différentes situations de réseau

Les courbes sont numérotées ainsi :

1. longueur de la ligne = 50 km ; $\cos\phi$ de la charge = 1
2. longueur de la ligne = 50 km ; $\cos\phi$ de la charge = 0,9 (inductif)
3. longueur de la ligne = 150 km ; $\cos\phi$ de la charge = 1
4. longueur de la ligne = 150 km ; $\cos\phi$ de la charge = 0,95 (capacitif)

Sur chaque courbe, le rond (o) indique le point de fonctionnement avant toute action du régleur en charge.

BIBLIOGRAPHIE

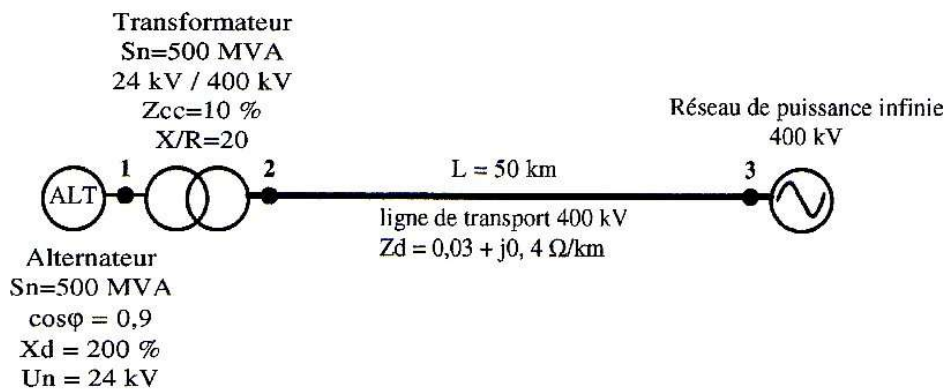
- [1] Réseaux d'énergie électrique - Modélisation : lignes et câbles ; J.M. Escané ; Editions Eyrolles 1997

- [2] Computer analysis of power systems ; J. Arrillaga & C.P. Arnold ; Editeur : John Wiley & sons ; 1990

- [3] Simulation des réseaux électriques, J.P. Barret & P. Bornard & B. Meyer ; Collection de la DER de EDF ; Editions Eyrolles ; 1997

PROBLEMES ET SOLUTIONS

Un alternateur triphasé à pôles lisses est connecté à un réseau de "puissance infinie" par l'intermédiaire d'un transformateur élévateur 24 kV / 400 kV et d'une ligne de transport 400 kV. Les caractéristiques des différents éléments sont portées sur le schéma unifilaire suivant :



On suppose que l'alternateur fournit sa puissance active nominale, et qu'il est en "butée de réactif", c'est-à-dire qu'il fonctionne à $\cos \varphi = 0,9$. Par ailleurs, la tension au nœud de connexion 3 est supposée rester constamment à la valeur nominale (400 kV entre phases).

Question 1

Donner le schéma monophasé étoile équivalent ramené au 400 kV, avec les valeurs numériques correspondantes.

Question 2

Quelle est la valeur de la tension aux bornes de l'alternateur ?

Question 3

Quel est le déphasage entre la tension aux bornes de l'alternateur (nœud 1) et la tension au nœud de connexion (nœud 3) ?

Question 4

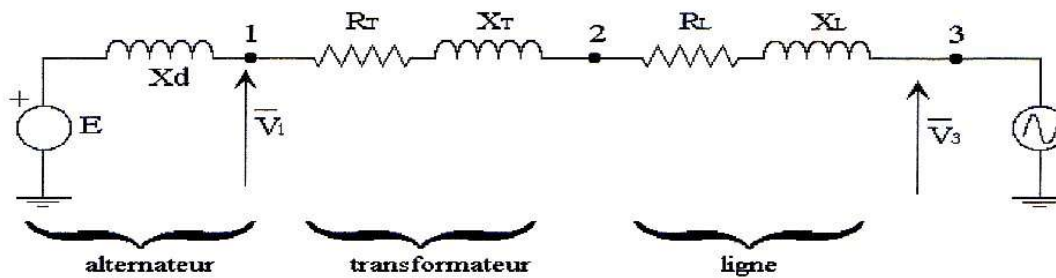
Combien vaut E , la f.e.m. interne de l'alternateur ?

Question 5

Quel est la valeur de l'angle interne de l'alternateur ? Que peut-on dire à propos de la stabilité statique de l'alternateur ?

Question 1

Ramené au 400 kV, le schéma monophasé équivalent étoile permettant l'étude en régime permanent du réseau est le suivant :



Pour l'alternateur comme pour le transformateur, les impédances sont données en unités réduites ; les valeurs réelles (côté 400 kV) se déduisent donc de l'impédance nominale :

$$Z_n = \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{400000^2}{5.10^8} = 320 \Omega$$

D'où :

$$X_d = 640 \Omega$$

$$Z_T = 32 \Omega$$

Par ailleurs $X_T / R_T = 20$, d'où :

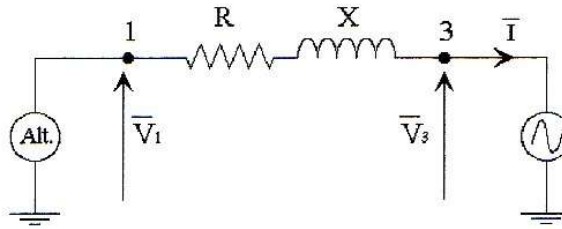
$$\begin{aligned} X_T &= 32 \Omega \\ R_T &= 1,6 \Omega \end{aligned}$$

Enfin :

$$\begin{aligned} X_L &= 20 \Omega \\ R_L &= 1,5 \Omega \end{aligned}$$

Question 2

Vu des bornes de l'alternateur, le schéma monophasé ci-dessus peut se résumer à :



avec :

$$R = 3,1 \Omega \quad \text{et} \quad X = 52 \Omega$$

Nous poserons :

$$\bar{Z} = R + jX \quad \text{et} \quad \bar{Y} = 1/\bar{Z} = Ye^{j\gamma}$$

Numériquement :

$$\bar{Y} = 0,0192e^{-j87^\circ}$$

Par ailleurs, une tension complexe au nœud i sera toujours notée :

$$\bar{V}_i = V_i e^{j\delta_i}$$

\bar{V}_3 sera supposé purement réel (référence de phase).

Avec ces notations, la puissance complexe aux bornes de l'alternateur peut s'écrire :

$$\bar{S}_1 = P_1 + jQ_1 = \bar{V}_1 \bar{I}^* = V_1 e^{j\delta_1} \left(Y e^{-j\gamma} (V_1 e^{-j\delta_1} - V_3) \right) = V_1^2 Y e^{-j\gamma} - V_1 V_3 Y e^{j(\delta_1 - \gamma)}$$

d'où, en identifiant parties réelle et imaginaire :

$$\begin{aligned} P_1 &= V_1^2 Y \cos \gamma - V_1 V_3 Y \cos(\delta_1 - \gamma) \\ Q_1 &= -V_1^2 Y \sin \gamma - V_1 V_3 Y \sin(\delta_1 - \gamma) \end{aligned}$$

On obtient un système de deux équations non linéaires à deux inconnues (δ_1 et V_1).

En effet, on sait que l'alternateur fournit sa puissance active nominale :

$$P_1 = \frac{500 * 0,9}{3} = 150 \text{ MW (par phase)}$$

et qu'il est en butée de réactif :

$$Q_1 = \frac{500 * \sin(\arccos(0,9))}{3} = 72 \text{ MVAR (par phase)}$$

On peut tirer de ce système l'équation suivante :

$$(P_1 - V_1^2 Y \cos \gamma)^2 + (Q_1 + V_1^2 Y \sin \gamma)^2 = V_1^2 V_3^2 Y^2$$

Le développement conduit à :

$$Y^2 V_1^4 - V_1^2 (2Y(P_1 \cos \gamma - Q_1 \sin \gamma) + V_3^2 Y^2) + (P_1^2 + Q_1^2) = 0$$

C'est une équation du second degré en V_1^2 dont la résolution ne pose aucun problème. Elle conduit aux deux valeurs possibles de V_1 suivantes :

$$V_1 = 426 / \sqrt{3} \text{ kV}$$

ou

$$V_1 = 61 / \sqrt{3} \text{ kV}$$

La deuxième de ces valeurs est à rejeter pour deux raisons : elle est beaucoup trop éloignée de la tension nominale de l'alternateur ; elle correspond à un point de fonctionnement instable du réseau (cf cours).

Remarque : la valeur de V_1 calculée ci-dessus est celle ramenée côté 400 kV ; la vraie valeur de la tension statorique de l'alternateur sera (entre phases) :

$$U_s = \frac{426 * 24}{400} = 25,6 \text{ kV}$$

Question 3

On a établi pour répondre à la question 2 la relation suivante :

$$P_1 = V_1^2 Y \cos \gamma - V_1 V_3 Y \cos(\delta_1 - \gamma)$$

On en déduit :

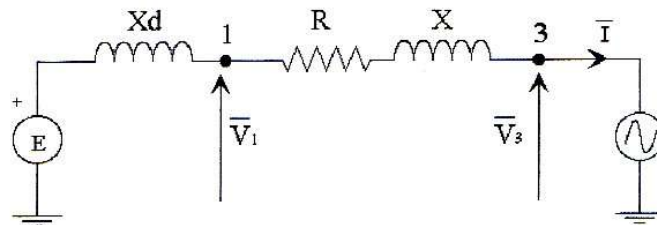
$$\delta_1 = \gamma + \arccos\left(\frac{P_1 - V_1^2 Y \cos \gamma}{-V_1 V_3 Y}\right)$$

Numériquement :

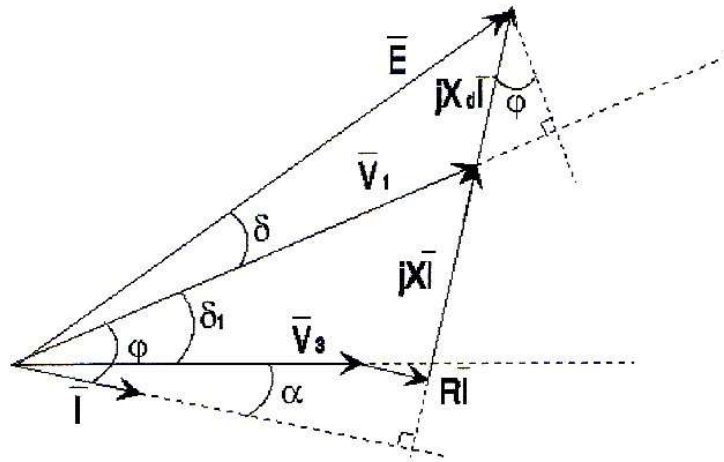
$$\delta_1 = 7,6^\circ$$

Question 4

Reprenons le schéma monophasé de la question 2, mais en y introduisant le f.e.m. interne de l'alternateur :



À ce schéma peut être associé le diagramme vectoriel suivant :



La valeur de I peut être calculée à partir de la puissance apparente de l'alternateur :

$$I = \frac{S_n}{3V_1}$$

Numériquement :

$$I = \frac{5 \cdot 10^8}{3 \cdot 426000 / \sqrt{3}} = 677 \text{ A}$$

(valeur exprimée côté 400 kV)

La connaissance de I permet de déterminer E, à partir d'un des triangles rectangle de la figure ci-dessus :

$$E^2 = (V_1 + X_d I \sin \varphi)^2 + (X_d I \cos \varphi)^2$$

$$E = \sqrt{V_1^2 + 2V_1 X_d I \sin \varphi + (X_d I)^2}$$

Numériquement :

$$E = 584 \text{ kV}$$

Question 5

Le diagramme vectoriel de la question 4 permet de calculer δ , l'angle interne de l'alternateur :

$$\sin \delta = \frac{X_d I \cos \varphi}{E}$$

Numériquement :

$$\sin \delta = \frac{640 * 677 * 0,9}{584000}$$

d'où :

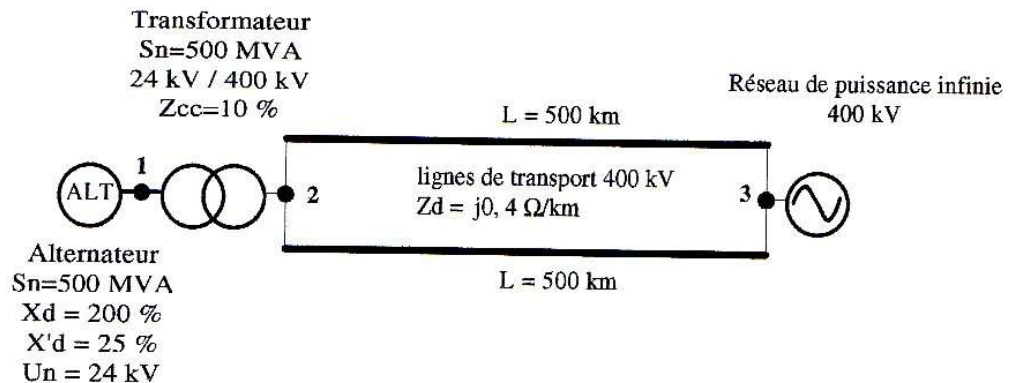
$$\delta = 42^\circ$$

Si l'on suppose que l'alternateur n'est pas régulé en tension, et si on néglige les différentes résistances, la limite de stabilité statique est atteinte lorsque l'angle entre la tension au nœud 3 et la f.e.m interne de l'alternateur vaut 90° . Ici, cet angle vaut $\delta_1 + \delta$, c'est-à-dire 49° .

La marge de stabilité statique n'est donc pas très élevée. Il faut noter cependant que celle-ci serait accrue par une régulation de la tension statorique de l'alternateur (stabilité conditionnelle).

EXERCICE 2**énoncé**

Un alternateur triphasé à pôles lisses est connecté à un réseau de "puissance infinie" par l'intermédiaire d'un transformateur élévateur 24 kV / 400 kV et de deux lignes de transport 400 kV en parallèle. Si l'on néglige les résistances, les caractéristiques des différents éléments se résument à :



On suppose qu'au nœud 3 :

- la tension est parfaitement régulée ($U_3 = 400000 \text{ V}$ entre phases)
- le réseau impose $\cos\phi = 0.95$.

Par ailleurs, l'alternateur fournit sa puissance active nominale : $P_n = 475 \text{ MW}$

On souhaite déterminer si la perte d'une des deux lignes de transport peut conduire à une instabilité transitoire du réseau.

Question 1

Donner le schéma monophasé étoile équivalent permettant l'étude de la stabilité transitoire du réseau, ramené au 400 kV, avec les valeurs numériques correspondantes. Précisez les hypothèses utilisées.

Question 2

En régime permanent, les deux lignes étant connectées, calculer E' , la f.e.m après l'impédance transitoire.

Question 3

Décrire les phénomènes engendrés par la perte d'une des deux lignes de transport. La perte d'une des deux lignes entraîne-t-elle la perte de synchronisme de l'alternateur ?

Question 4

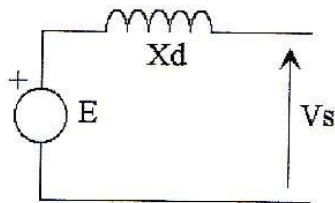
Comparer les valeurs que doit prendre E , la f.e.m interne de l'alternateur en régime permanent, avant et après la perte de ligne, si l'on veut que les caractéristiques au nœud 3 ne soient pas modifiées ($U_3 = 400$ kV et $\cos\varphi = 0,95$) en régime permanent. Physiquement, qu'est-ce qui a nécessité cette variation de f.e.m. ?

Question 5

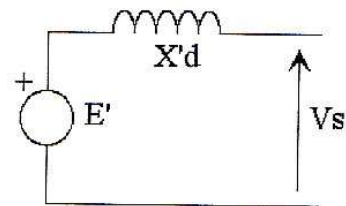
Étudier l'influence de la perte de ligne sur la "robustesse" du réseau (stabilité statique, mais aussi dynamique, en cas de court-circuit par exemple).

Question 1

L'étude de l'alternateur à pôles lisses dans un réseau d'énergie peut être abordée, de façon très simplifiée, en utilisant l'un des deux schémas monophasés "étoile" suivants, selon le type de régime considéré :

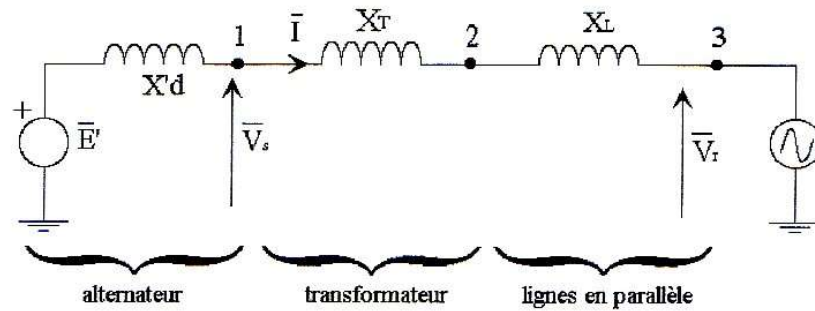
régime synchrone

E est la f.e.m. créée par l'inducteur ; en régime permanent, elle peut être considérée comme **constante pour un courant inducteur I_f donné.**

régime transitoire

la f.e.m. E ne peut plus être une variable d'étude pratique car elle varie au cours du temps ; on est amené à introduire une f.e.m. E' , **constante en première approximation au cours des instants suivant l'évènement ayant entraîné le régime transitoire** ; E' est la f.e.m présente derrière une impédance $X'd$ (et non plus Xd), dite impédance transitoire ; $X'd < Xd$; **c'est le régime permanent, précédant le régime transitoire, qui fixe la valeur de E' .** Physiquement, l'hypothèse d'invariance transitoire ($E'=constante$) traduit l'invariance du flux dans l'inducteur dans les premiers instants du régime transitoire.

En utilisant le second de ces schémas, le schéma monophasé "étoile" complet du réseau permettant l'étude de sa stabilité dynamique sera, ramené côté 400 kV :



Nous noterons :

$$X_e = X_T + X_L$$

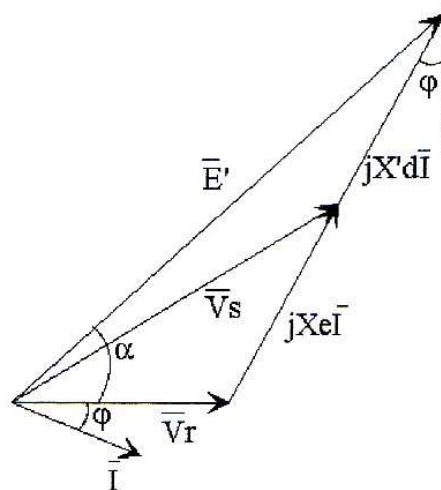
Les différentes valeurs numériques des impédances, ramenées côté 400 kV, sont :

$$\begin{aligned} X'_d &= 80 \, \Omega \\ X_T &= 32 \, \Omega \\ X_L &= 100 \, \Omega \end{aligned}$$

(Le principe de calcul est le même que pour la question 1 de l'exercice 1)

Question 2

Le schéma ci-dessus permet de tracer le diagramme vectoriel suivant :



Le théorème de Pythagore appliqué à un triangle rectangle dont l'hypoténuse serait E' conduit à :

$$E' = \sqrt{V_r^2 + 2V_r I (X_e + X'd) \sin \varphi + (X_e + X'd)^2 I^2}$$

Cette expression peut être évaluée en se plaçant dans les conditions du régime permanent, c'est-à-dire en déterminant le courant nominal à partir du $\cos\varphi$ au nœud de connexion avec le réseau de puissance infinie et en considérant que toute la puissance active fournie par l'alternateur est consommée par le réseau (pas de résistances -> pas de pertes) :

$$I = \frac{P_n / \cos\varphi}{V_r}$$

(P_n : puissance nominale par phase)

d'où :

$$I = 722 \text{ A}$$

d'où :

$$E' = 314 \text{ kV}$$

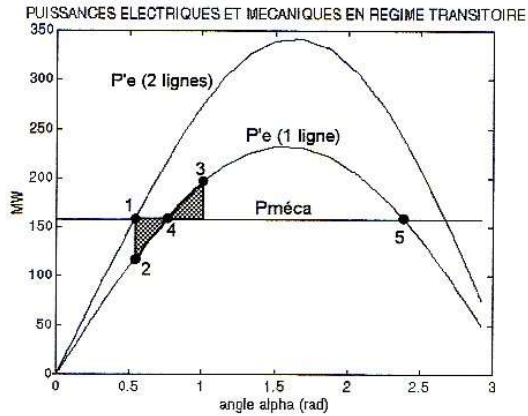
Question 3

Notons P'_e la puissance électrique fournie par l'alternateur au réseau. Celle-ci a pour expression :

$$P'_e = \frac{V_r E'}{X_e + X'_d} \sin\alpha$$

En supposant (cf question 1) que E' reste constante au cours du régime transitoire suivant l'apparition d'un évènement quelconque (par exemple : déclenchement d'une ligne), on peut aisément tracer la courbe $P'_e = f(\alpha)$, pour une valeur de X_e donnée.

La perte d'une ligne entrainera l'augmentation de X_e , qui passera de 132 à 232 Ω . Le point de fonctionnement de l'alternateur changera donc de courbe $P'_e = f(\alpha)$ et décrira le chemin 1->2->3->4 sur la figure suivante :



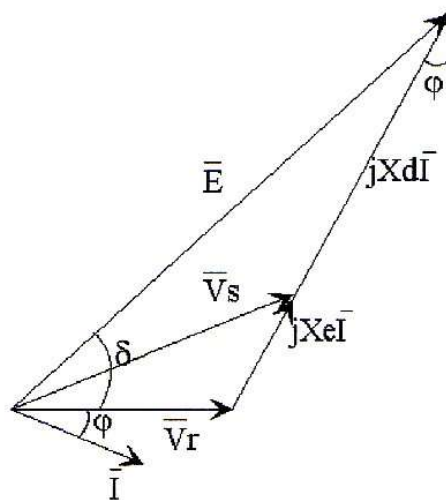
La stabilité du réseau est assurée si le point 3 n'atteint pas le point 5.

La position du point 3 est obtenue en exprimant que les deux surfaces hachurées sont égales.

Il est clair, graphiquement, que la perte d'une ligne, dans le cas présent, ne mettra pas en péril la stabilité du réseau.

Question 4

Le schéma vectoriel correspondant à l'étude du réseau en régime permanent est le suivant :



La valeur de E se calcule en appliquant la même méthode que pour la question 2 :

$$E = \sqrt{V_r^2 + 2V_r I (X_e + X_d) \sin \varphi + (X_e + X_d)^2 I^2}$$

Numériquement :

Avant la perte de ligne : $E = 666 \text{ kV}$

Après la perte de ligne : $E = 735 \text{ kV}$

Cette variation de f.e.m correspond à une augmentation de la puissance réactive fournie par l'alternateur, afin d'alimenter la ligne de transport dont l'impédance est passée de 100 à 200Ω .

Question 5

L'angle δ entre E et V_r se calcule à partir de :

$$\sin \delta = \frac{(X_d) I \cos \varphi}{E}$$

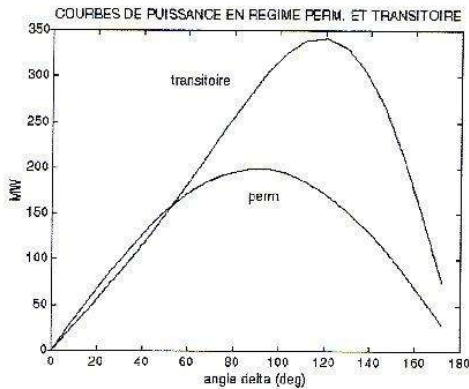
Numériquement :

Avant la perte de ligne : $\delta = 52,5^\circ$

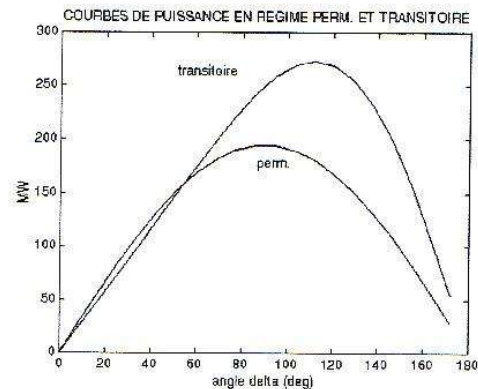
Après la perte de ligne : $\delta = 54,5^\circ$

Les courbes de puissance (par phase) en régime permanent et transitoire correspondant à ces deux états sont les suivantes :

avant la perte de ligne



après la perte de ligne



Les valeurs des puissances aux sommets de ces courbes sont données par les relations :

$$P_{e_{max}} = \frac{E V_r}{X_d + X_e} \quad (\text{régime permanent})$$

$$P'_{e_{MAX}} = \frac{E' \cdot V_r}{X'_d + X_e} \quad (\text{régime transitoire})$$

Grâce à l'augmentation de l'excitation de l'alternateur, la marge de stabilité statique n'a pratiquement pas été entamée ; le réseau a en revanche été "fragilisé" vis-à-vis de la stabilité dynamique.

EXERCICE 3**énoncé**

Un alternateur 60 Hz de puissance active nominale $P_n = 500$ MW possède un régulateur de vitesse dont le statisme est fixé à 5%. Sa puissance de consigne est réglée à la puissance nominale. Il est connecté à un réseau de puissance infinie qui impose comme fréquence $F=59,9$ Hz. Quelle est la puissance fournie par l'alternateur ?

La relation reliant la puissance de consigne P_c , la puissance fournie par l'alternateur P , la fréquence du réseau f , la fréquence de consigne f_n et le statisme du régulateur δ est :

$$\frac{P - P_c}{P_n} = -\frac{1}{\delta} \frac{f - f_n}{f_n}$$

d'où :

$$P = P_c - \frac{P_n}{\delta} \frac{f - f_n}{f_n}$$

numériquement :

$$P = 500 + \frac{500}{0,05} \frac{0,1}{60}$$

$$P = 517 \text{ MW}$$

EXERCICE 4 - l'alternateur connecté au réseau**énoncé**

Un alternateur triphasé à pôles lisses de puissance apparente nominale 200 MVA, de tension nominale entre phases 21 kV, est entraîné par une turbine recevant une puissance mécanique $P_m = 150$ MW. L'impédance synchrone de l'alternateur est $X_d = 180$ %. On négligera les pertes (mécaniques et électriques) dans l'alternateur.

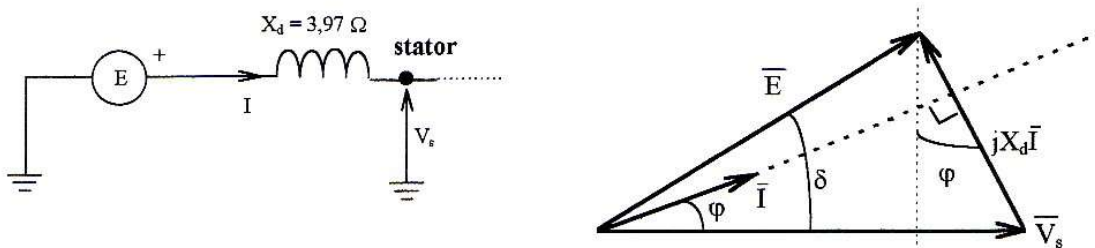
L'alternateur est connecté directement à un réseau de "puissance infinie" imposant une tension statorique de 22 kV. Quelle est la f-e-m interne E de l'alternateur lorsqu'il consomme une puissance réactive $Q=80$ MVAR ? Comment faire pour que l'alternateur produise de la puissance réactive ?

EXERCICE 4**solution**

Connaissant P et Q, on peut en déduire le déphasage entre tension et courant en sortie de l'alternateur :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right) = 28,1^\circ$$

La connaissance de la tension statorique V_s et de l'impédance synchrone X_d permet d'exploiter le diagramme vectoriel établi à partir du schéma monophasé étoile équivalent suivant :



$$E = \sqrt{(V_s - X_d I \sin \varphi)^2 + (X_d I \cos \varphi)^2}$$

$$E = \sqrt{\left(V_s - X_d \frac{Q}{3V_s}\right)^2 + \left(X_d \frac{P}{3V_s}\right)^2}$$

Numériquement :

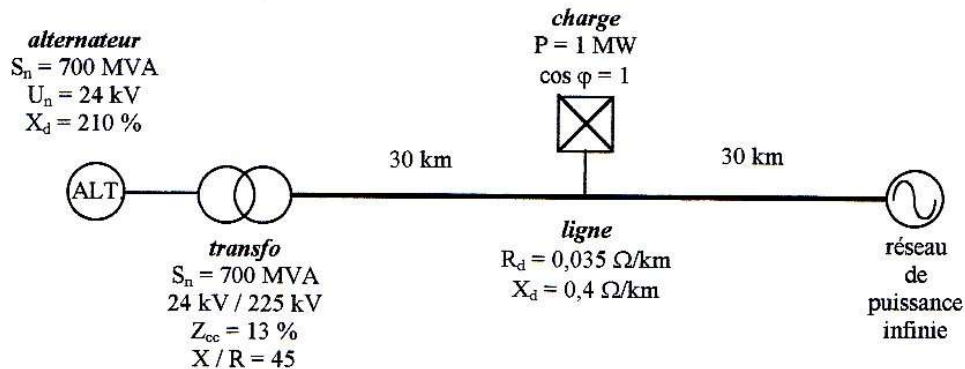
$$E = \sqrt{\left(\frac{22000}{\sqrt{3}} - 3,97 \frac{80 \cdot 10^6}{3 \cdot \frac{22000}{\sqrt{3}}}\right)^2 + \left(3,97 \frac{150 \cdot 10^6}{3 \cdot \frac{22000}{\sqrt{3}}}\right)^2}$$

$$\boxed{E = 16,2 \text{ kV}}$$

Pour forcer l'alternateur à fournir de la puissance réactive, à puissance active constante, il faut augmenter E, donc l'excitation.

EXERCICE 5 - transits de puissance et stabilité statique**énoncé**

Un alternateur triphasé à pôles lisses est relié à un réseau de transport d'énergie de "puissance infinie" par l'intermédiaire d'un transformateur et d'une ligne. Au milieu de la ligne est par ailleurs connectée une charge (directement en THT). La topologie de l'installation et les données numériques sont résumées sur le schéma suivant :



La tension au nœud de raccordement au réseau de puissance infinie est supposée constante et égale à 225 kV.

La tension aux bornes de l'alternateur est supposée régulée à sa valeur nominale (24 kV entre phases). L'alternateur reçoit par ailleurs une puissance mécanique de 600 MW. On négligera les pertes (mécaniques et électriques) dans l'alternateur.

Question 1

Quel est le déphasage entre la tension aux bornes de l'alternateur et la tension aux bornes du réseau de puissance infinie (en supposant que le transformateur n'introduit aucun déphasage) ?

Question 2

Quelle est la tension aux bornes de la charge connectée en milieu de ligne ?

Question 3

Quelle est l'angle interne de l'alternateur ?

Question 4

Quelle est la puissance active reçue par le réseau de puissance infinie ?

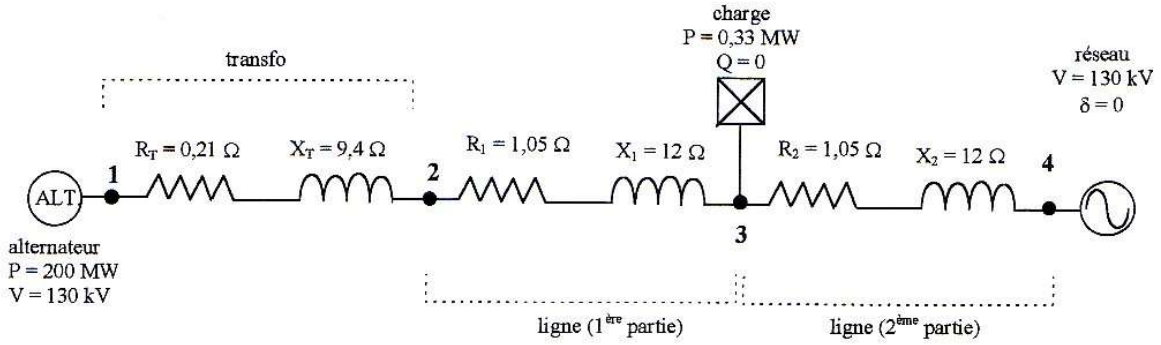
Quelles sont les pertes dues au transport (transfo + ligne) ?

Question 5

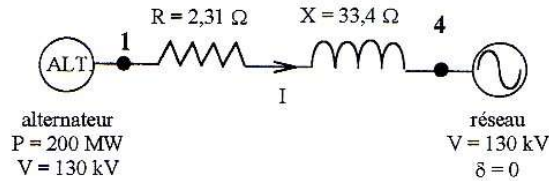
En cas de rupture de la liaison avec le réseau de puissance infinie, on envisage un schéma d'exploitation de secours avec une nouvelle liaison, toujours avec une ligne 225 kV ayant les mêmes caractéristiques linéiques, mais cette fois-ci de longueur 220 km. Est-ce possible ?

Question 1

Le schéma monophasé étoile équivalent du réseau côté 225 kV est le suivant :



Résoudre la mise en équations du réseau ci-dessus sans moyens informatiques est très compliqué. Par ailleurs, la puissance de la charge connectée en milieu de ligne est très faible par rapport à la puissance qui sera transitée sur la ligne (200 MW par phase moins les pertes). Nous pouvons donc négliger cette charge et ramener l'étude au schéma suivant, ramené côté 225 kV :



Notons :

$$\bar{Y} = \frac{1}{R + jX} = Y e^{j\gamma} = 0,03 e^{-j86^\circ}$$

et

$$\bar{V}_i = V_i e^{j\delta_i}$$

La puissance complexe qui transite du point 1 vers le reste du réseau s'exprime ainsi :

$$P_1 + jQ_1 = \bar{V}_1 \bar{I}_1^* = \bar{V}_1 \bar{Y}^* (\bar{V}_1^* - \bar{V}_4^*)$$

$$P_1 + jQ_1 = V_1 Y (V_1 e^{-j\gamma} - V_4 e^{j(\delta_1 - \delta_4 - \gamma)})$$

L'identification des parties réelles conduit au résultat suivant :

$$P_1 = V_1^2 Y \cos \gamma - V_1 V_4 Y \cos(\delta_1 - \delta_4 - \gamma)$$

dont on déduit :

$$\delta_1 = \gamma + \delta_4 + \arccos\left(\frac{-P_1 + V_1^2 Y \cos \gamma}{V_1 V_4 Y}\right)$$

Numériquement :

$$\delta_1 - \delta_4 = 23^\circ$$

(remarque : la résolution du réseau complet avec un programme de calcul de répartition de puissances conduit à : $\delta_1 = 23,07^\circ \dots$)

Nous fixerons $\delta_4 = 0$ (référence de phase).

Question 2

La tension au nœud 3 se calcule à partir de l'expression complexe suivante :

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_4 + (R_2 + jX_2)(\bar{V}_1 - \bar{V}_4)\bar{Y}$$

Numériquement :

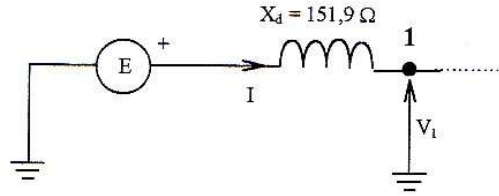
$$\bar{V}_3 = 127900 e^{j8,3^\circ}$$

soit :

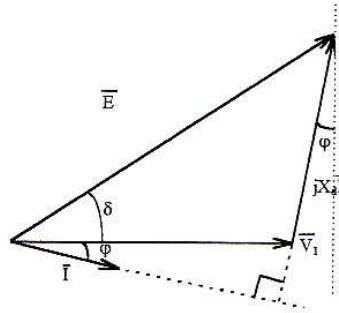
$$\begin{array}{l} V_3 = 127,9 \text{ kV} \\ \delta_3 = 8,3^\circ \end{array}$$

Question 3

Dessignons le schéma monophasé équivalent de l'alternateur ramené côté 225 kV, sous l'hypothèse d'invariance synchrone :



Le diagramme vectoriel associé à ce schéma est le suivant :



L'angle φ se calcule à partir de la puissance réactive Q_1 fournie par l'alternateur :

$$Q_1 = V_1^2 Y \sin(-\gamma) - V_1 V_4 Y \sin(\delta_1 - \delta_4 - \gamma)$$

(voir question 1)

Numériquement : $Q_1 = 26,35$ MVAR (par phase)

d'où :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Q_1}{P_1}\right) = 7,5^\circ$$

L'angle interne δ de l'alternateur se calcule alors à partir de sa tangente :

$$\tan \delta = \frac{X_d I \cos \varphi}{V_1 + X_d I \sin \varphi} = \frac{X_d \frac{P_{tot}}{3V_1}}{V_1 + X_d \frac{Q_{tot}}{3V_1}}$$

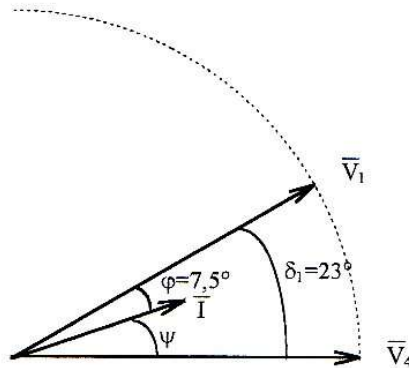
En définitive :

$$\boxed{\delta = 55^\circ}$$

Cette valeur est élevée : la limite de stabilité statique est proche.

Question 4

Connaissant V_1 et V_4 (en module) et sachant positionner I par rapport à V_1 (en phase), on peut tracer le diagramme suivant :



Notons P_1 la puissance fournie par l'alternateur et P_4 la puissance reçue par le réseau de puissance infinie.

$$P_1 = 3V_1 I \cos \varphi$$

$$P_4 = 3V_4 I \cos \psi$$

d'où :

$$P_4 = P_1 \frac{\cos(\delta_1 - \varphi)}{\cos \psi}$$

Numériquement :

$$P_4 = 194,4 \text{ MW} \quad (\text{par phase})$$

d'où les pertes totales :

$$P_L = 3(200 - 194,4)$$

$$P_L = 16,8 \text{ MW}$$

Handwritten notes:
 $P_4 = 3V_4 I \cos \psi$
 $\psi = \delta_1 - \varphi$
 $I = \frac{P_1}{3V_1 \cos \varphi}$
 $P_4 = \frac{3V_4 P_1 \cos(\delta_1 - \varphi)}{3V_1 \cos \varphi}$

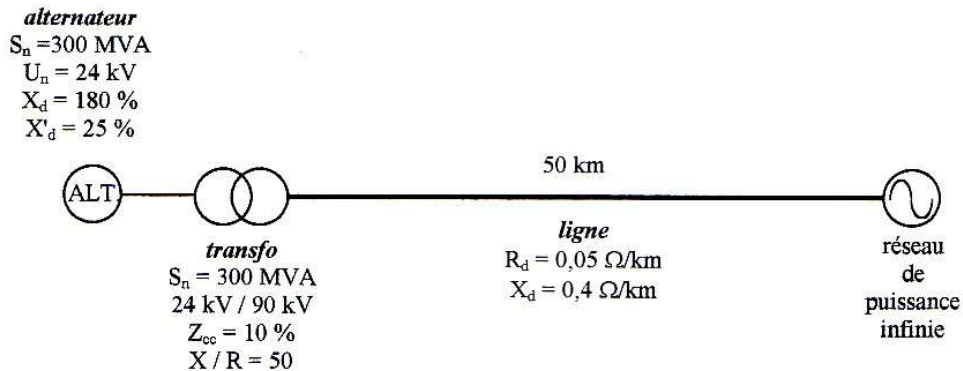
Question 5

Si la ligne fait 220 km de long, on peut déjà se faire une bonne idée de la possibilité de transporter les 200 MW par phase disponibles en sortie de l'alternateur en calculant la puissance maximale transmissible dans la ligne si l'on néglige les résistances (ligne et tfo) :

$$P_{\max} = \frac{V_1 V_4}{X_{\text{tot}}} = \frac{225000^2}{3(9,4 + 88)} = 173 \text{ MW (par phase)}$$

Conclusion : ce schéma d'exploitation de secours n'est pas valable.

Un alternateur triphasé à pôles lisses est relié à un réseau transport d'énergie de "puissance infinie" par l'intermédiaire d'un transformateur et d'une ligne. La topologie de l'installation et les données numériques sont résumées sur le schéma suivant :



En régime permanent synchrone, la tension statorique aux bornes de l'alternateur est supposée parfaitement régulée à sa valeur nominale. La tension au nœud de raccordement au réseau est aussi supposée constante et égale à 90 kV entre phases.

Une mesure en régime permanent permet par ailleurs de caractériser le courant de ligne sinusoïdal I qui "sort" (conventionnellement) de l'alternateur : valeur efficace = 6795 A, déphasage = 17° (en retard) par rapport à la tension statorique simple.

Question 1

L'alternateur fournit-il ou consomme-t-il de la puissance réactive ? de la puissance active ? combien ?

Question 2

Établir le schéma monophasé équivalent qui permet d'étudier le comportement du réseau lors du régime transitoire de l'alternateur en cas de court-circuit fugitif à ses bornes.

Question 3

Sous hypothèse d'invariance transitoire, et sans négliger les résistances du réseau (transfo+ligne), établir l'équation littérale de la courbe de puissance électrique fournie par l'alternateur en fonction d'un "angle interne" à définir.

Question 4

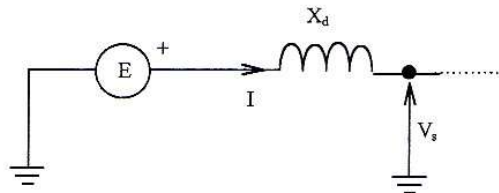
Donner l'équation numérique de cette courbe de puissance dans le cas du réseau décrit ci-dessus, ainsi que celle obtenue en négligeant les résistances du réseau.

Question 5

Tracer les deux courbes de la question 4 dans le même système d'axes. Conclusion : quelle est l'influence des résistances du réseau sur la stabilité dynamique du réseau ?

Question 1

Le schéma monophasé permettant d'étudier le comportement de l'alternateur en régime permanent est le suivant :



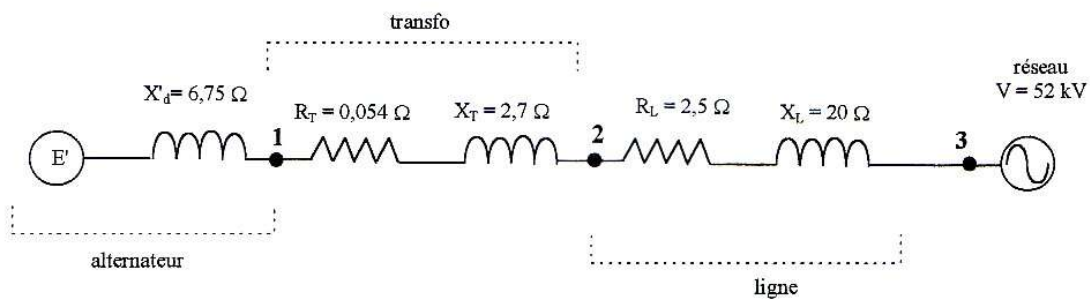
I est en retard par rapport à V_s : l'alternateur fournit de la puissance réactive (et de la puissance active ...).

$$P = 3V_s I \cos \varphi = 270 \text{ MW}$$

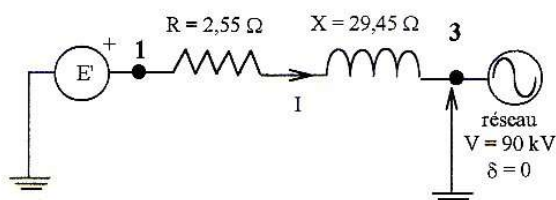
$$Q = 3V_s I \sin \varphi = 82,6 \text{ MVAR}$$

Question 2

En cas de perturbation, on ne peut plus considérer que E est de module constant. Il faut alors utiliser E' , f-e-m derrière l'impédance transitoire X'_d (cf cours + TD 5 et 6). Le schéma monophasé équivalent du réseau complet ramené côté 90 kV est alors le suivant :

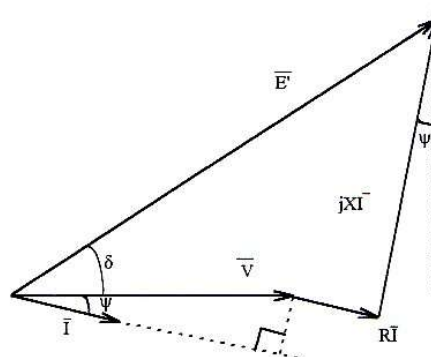


Ce schéma peut encore se résumer à :



Question 3

L'hypothèse d'invariance transitoire consiste à considérer que pendant le régime transitoire dû au défaut : $E' = \text{constante}$. Le diagramme vectoriel associé au schéma ci-dessus est le suivant :



La puissance active P_{alt} fournie par l'alternateur est égale à la somme de la tension consommée par le réseau de puissance infinie et des pertes dans R (ligne+transfo).

Pour calculer la puissance P_{res} fournie au réseau, projetons E' sur un axe horizontal et un axe vertical :

$$E' \cos \delta = V + RI \cos \psi + XI \sin \psi$$

$$E' \sin \delta = -RI \sin \psi + XI \cos \psi$$

d'où :

$$\left(R + \frac{X^2}{R} \right) I \cos \psi = E' \cos \delta - V + \frac{X}{R} E' \sin \delta$$

puis :

$$P_{res} = 3VI \cos \psi = 3V \frac{RE' \cos \delta - RV + XE' \sin \delta}{R^2 + X^2}$$

Les pertes dues au transport peuvent s'évaluer à partir de I :

$$P_L = 3RI^2$$

avec :

$$\bar{I} = \frac{E' e^{j\delta} - V}{R + jX}$$

d'où :

$$P_L = 3R \frac{(E' \cos \delta - V)^2 + (E' \sin \delta)^2}{R^2 + X^2}$$

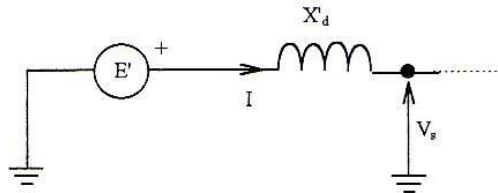
Finalement, la puissance active fournie par l'alternateur est :

$$P_{alt} = 3E' \frac{RE' + V(X \sin \delta - R \cos \delta)}{R^2 + X^2}$$

Remarque : si $R=0$, on retrouve l'expression établie en cours ...

Question 4

La seule difficulté est de trouver E' . Le schéma suivant et son diagramme vectoriel associé permettent de la faire :



$$E'^2 = (V_s + X'_d I \sin \varphi)^2 + (X'_d I \cos \varphi)^2$$

$$E' = 56,8 \text{ kV}$$

d'où :

$$P_{alt} = 28,25 + 298,41 \sin \delta - 25,84 \cos \delta \quad (\text{en MW})$$

Si l'on ne tient pas compte des résistances du réseau, la courbe de puissance a pour équation :

$$P_{alt} = 300,65 \sin \delta \quad (\text{en MW})$$

Question 5

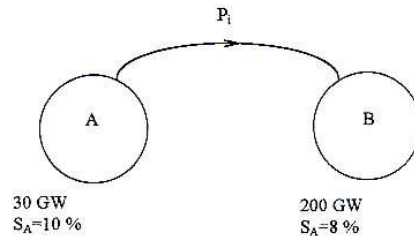
Les deux courbes ont l'allure suivante :

- ① --- sans tenir compte des résistances
- ② ___ en tenant compte des résistances

Conclusion : le fait de négliger les résistances du réseau dans une étude de stabilité dynamique conduit à une analyse légèrement pessimiste de la situation.

Un réseau A est caractérisé par une puissance de pointe de 250 GW et une énergie réglante primaire de 35 GW/Hz. Un réseau B a une puissance de pointe de 50 GW. Il souhaite se connecter au réseau A. Cette connexion n'est autorisée par le réseau A que si une perte ΔP de production sur le réseau B ne provoque pas de perturbation supérieure à $0,7 \cdot \Delta P$ sur la production de A. Quelle doit être l'énergie réglante primaire minimale du réseau B ?

Notons P_i la puissance échangée entre A et B :



Supposons que le réseau B perde des moyens de production d'une puissance ΔP .

Les équations du réglage primaire sont :

$$\begin{aligned}\Delta P_A + \Delta P_i &= K_A \Delta f \\ -\Delta P_i &= K_B \Delta f\end{aligned}$$

d'où :

$$\Delta P_i = -\frac{K_A}{K_A + K_B} \Delta P$$

On veut donc :

$$\frac{K_A}{K_A + K_B} < 0.7$$

ce qui conduit à :

$$\boxed{K_B > 15 \text{ GW} / \text{Hz}}$$

EXERCICE 8 - l'alternateur connecté au réseau - transits de puissance et tenue de tension	énoncé
--	---------------

Un alternateur triphasé à pôles lisses est relié à un réseau de puissance infinie par un ensemble (transformateur + ligne) assimilable à une inductance pure d'impédance Z par phase. La tension entre phases au niveau du réseau de puissance infinie est U_2 . L'alternateur fournit une puissance active P_1 et une puissance réactive Q_1 .

Question 1

Quelle est la valeur de la tension U_1 aux bornes de l'alternateur ?

Question 2

Pour les valeurs numériques suivantes :

$$Z=50 \Omega$$

$$U_2=400 \text{ kV}$$

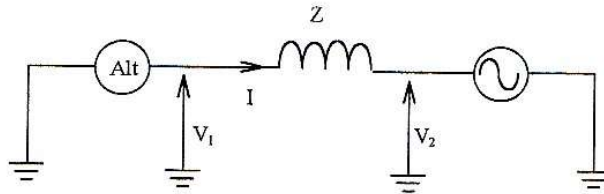
$$P_1=900 \text{ MW}$$

tracer U_1 en fonction du facteur de puissance $\cos\varphi$ de l'alternateur.

Commentaires ?

Question 1

Le schéma monophasé équivalent pour l'étude du cas proposé est :



La puissance complexe *par phase* aux bornes de l'alternateur peut s'exprimer ainsi :

$$P_1 + jQ_1 = \bar{V}_1 \bar{I}^* = \bar{V}_1 (\bar{Y} (\bar{V}_1 - \bar{V}_2))^*$$

avec : $\bar{Y} = 1/Z$

En notant :

$$\bar{V}_1 = V_1 e^{j\delta_1}$$

$$\bar{V}_2 = V_2 \text{ (référence de phase)}$$

$$\bar{Y} = Y e^{j\gamma}$$

la relation ci-dessus conduit à :

$$P_1 = V_1^2 Y \cos \gamma - V_1 V_2 Y \cos(\delta_1 - \gamma)$$

$$Q_1 = -V_1^2 Y \sin \gamma - V_1 V_2 Y \sin(\delta_1 - \gamma)$$

Dans ces deux relations, les inconnues sont δ_1 et V_1 .

Éliminons δ_1 :

$$(P_1 - V_1^2 Y \cos \gamma)^2 + (Q_1 + V_1^2 Y \sin \gamma)^2 = (V_1 V_2 Y)^2$$

En prenant $\gamma = -90^\circ$, cette relation conduit à :

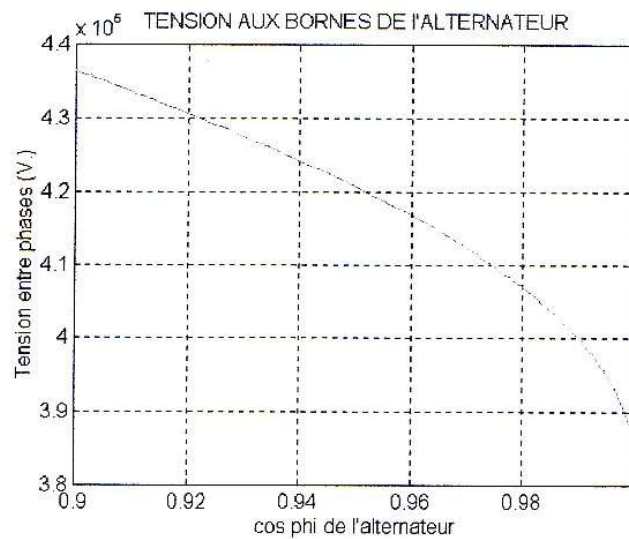
$$(Y^2)V_1^4 + (-2Q_1Y - V_2^2Y^2)V_1^2 + (P_1^2 + Q_1^2) = 0$$

d'où :

$$V_1^2 = \frac{Q_1}{Y} + \frac{V_2^2}{2} + \frac{1}{2Y} \sqrt{4YV_2^2Q_1 + Y^2V_2^4 - 4P_1^2}$$

Question 2

La courbe $U_1 = f(\cos\phi)$ pour les valeurs numériques proposées est la suivante :

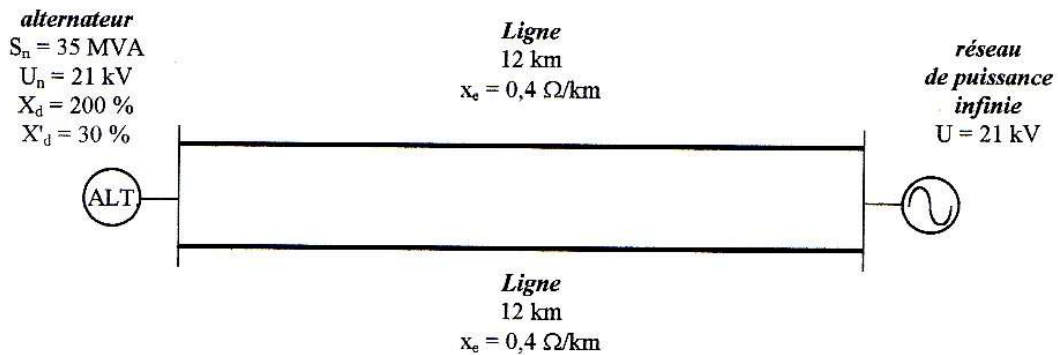


A tension "réseau" et à puissance active fixées, plus l'alternateur fournit de puissance réactive, plus la tension à ses bornes est élevée.

Un alternateur triphasé à pôles lisses de puissance apparente nominale 35 (MVAR) de tension nominale entre phases 21 kV, est relié à un réseau de transport d'énergie 21 kV de "puissance infinie" par l'intermédiaire de deux lignes en parallèle de longueur 12 km.

Les impédances synchrones et transitoires de l'alternateur sont respectivement : $x_d=200\%$ et $x'_d=30\%$. L'impédance linéique de chacune des lignes, qui sera considérée comme purement selfique, est de $0,4 \Omega/\text{km}$.

L'alternateur n'est pas régulé en tension : en exploitation normale, la tension d'excitation est fixé à une valeur constante.



Question 1

L'alternateur fournit une puissance active $P=30 \text{ MW}$ et on constate que sa tension statorique est $U_s = 21 \text{ kV}$.

Quel est le facteur de puissance de l'alternateur ?

Quelle est la valeur du courant statorique I ?

L'alternateur fournit-il ou consomme-t-il de la puissance réactive ?

Question 2

Quelle est la valeur de la f-e-m interne E de l'alternateur ?

Question 3

L'alternateur est dans les conditions de fonctionnement décrites aux questions 1 et 2 lorsqu'une des deux lignes de raccordement est brutalement déconnectée.

Suite à cette perturbation, l'alternateur évolue-t-il vers une situation stable ou instable ?

Question 4

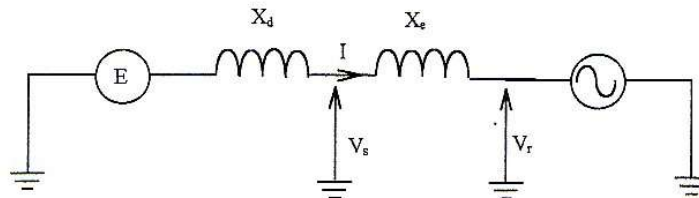
Après la perte de ligne, combien vaut la nouvelle valeur de tension statorique en régime permanent ?

Question 5

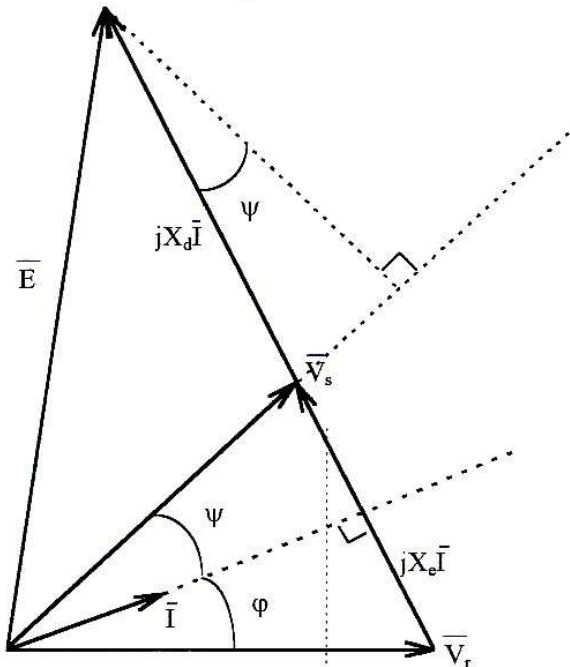
Quelle est la nouvelle valeur de E' , f-e-m après la réactance transitoire de l'alternateur ?
Confrontez ce résultat avec l'analyse menée lors de la question 3. Conclusions ?

Question 1

En régime permanent, le schéma *monophasé* équivalent permettant d'étudier le comportement de l'ensemble (alternateur + ligne + réseau) est :



Le schéma vectoriel associé à ce schéma équivalent est :



Les relations $P_{\text{réseau}} = P_{\text{alternateur}}$ et $V_r = V_s$ entraînent nécessairement :

$$\psi = \varphi.$$

De ce fait :

$$\frac{X_e}{2} I = V_s \sin \varphi$$

Associée à $P = V_s I \cos \varphi$, cette relation conduit à :

$$P X_d I = 2 I V_s^2 \cos \varphi \sin \varphi$$

d'où :

$$\sin(2\varphi) = \frac{P X_d}{V_s^2}$$

numériquement : $\varphi = 4,7^\circ$.

Puis :

$$I = \frac{P}{V_s \cos \varphi}$$

numériquement : $I = 828 \text{ A}$

L'alternateur fournit de la puissance réactive.

Question 2

Sachant que $\varphi = \psi$, l'observation du schéma vectoriel établi dans la question 1 conduit à :

$$E^2 = (V_s + X_d I \sin \varphi)^2 + (X_d I \cos \varphi)^2$$

d'où :

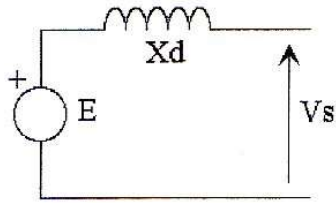
$$E = \sqrt{V_s^2 + (X_d I)^2 + 2 V_s X_d I \sin \varphi}$$

numériquement : $E = \frac{43,2}{\sqrt{3}} \text{ kV}$

Question 3

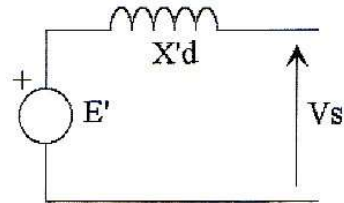
L'étude de l'alternateur à pôles lisses dans un réseau d'énergie peut être abordée, de façon très simplifiée, en utilisant l'un des deux schémas monophasés "étoile" suivants, selon le type de régime considéré :

régime synchrone



E est la f.e.m. créée par l'inducteur ; en régime permanent, elle peut être considérée comme **constante pour un courant inducteur I_f donné.**

régime transitoire

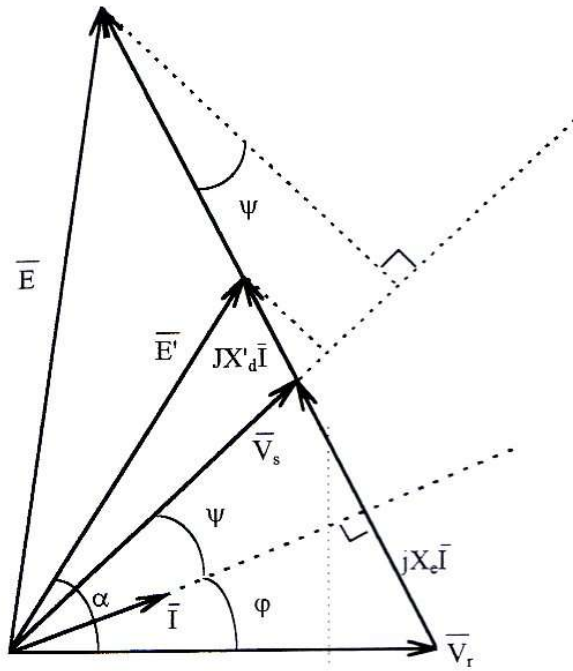


la f.e.m. E ne peut plus être une variable d'étude pratique car elle varie au cours du temps ; on est amené à introduire une f.e.m. E' , **constante en première approximation au cours des instants suivant l'évènement ayant entraîné le régime transitoire** ; E' est la f.e.m. présente derrière une impédance $X'd$ (et non plus X_d), dite impédance transitoire ; $X'd < X_d$; **c'est le régime permanent, précédant le régime transitoire, qui fixe la valeur de E' .** Physiquement, l'hypothèse d'invariance transitoire ($E'=constante$) traduit l'invariance du flux dans l'inducteur dans les premiers instants du régime transitoire.

Pour les questions 1 et 2, le schéma adapté est (E, X_d).

Pour cette question, le schéma adapté est ($E', X'd$).

La valeur de E' se calcule à partir du schéma vectoriel juste avant la perte de ligne :



$$E' = \sqrt{V_s^2 + (X'_d I)^2 + 2V_s X'_d I \sin \varphi} \quad (\psi = \varphi)$$

numériquement : $E' = \frac{22,1}{\sqrt{3}} \text{ kV}$

Avant la perte de ligne, la puissance active P transmissible par l'alternateur au réseau a pour expression :

$$P = \frac{E' V_r}{X_e + X'_d} \sin \alpha$$

Après la perte de ligne, cette expression devient :

$$P = \frac{E' V_r}{2X_e + X'_d} \sin \alpha$$

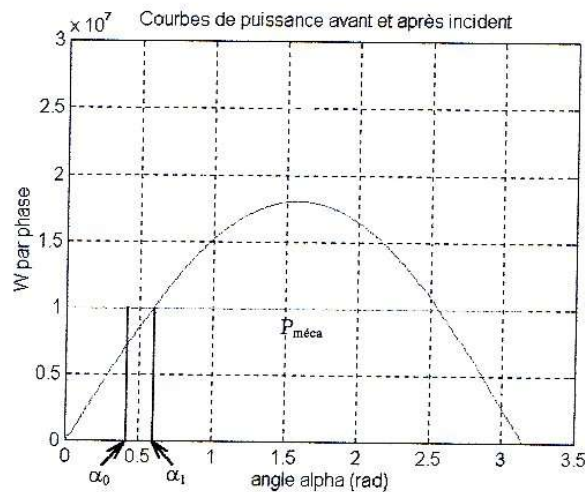
Numériquement, on obtient les courbes de la page suivante.

La loi des aires nous assure que la stabilité dynamique du réseau sera préservée si :

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \left(P_m - \frac{E'V_r}{2X_e + X'_d} \sin \alpha \right) d\alpha < \int_{\alpha_1}^{\pi - \alpha_1} \left(\frac{E'V_r}{2X_e + X'_d} \sin \alpha - P_m \right) d\alpha$$

Cette relation est vérifiée de façon évidente pour les courbes ci-après.

Lorsque la lecture graphique est moins évidente, on peut toujours calculer ces deux intégrales :



$$\alpha_0 = \arcsin \left(\frac{P_m (X_e + X'_d)}{E'V_r} \right)$$

numériquement : $\alpha_0 = 23,5^\circ$

$$\alpha_1 = \arcsin \left(\frac{P_m (2X_e + X'_d)}{E'V_r} \right)$$

numériquement : $\alpha_1 = 33,7^\circ$

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \left(P_m - \frac{E'V_r}{2X_e + X'_d} \sin \alpha \right) d\alpha = P_m (\alpha_1 - \alpha_0) + \frac{E'V_r}{2X_e + X'_d} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0)$$

numériquement : $2,4 \cdot 10^5 \text{ W} \cdot \text{rad}$

$$\int_{\alpha_1}^{\pi - \alpha_1} \left(\frac{E'V_r}{2X_e + X'_d} \sin \alpha - P_m \right) d\alpha = \frac{2E'V_r \cos \alpha_1}{2X_e + X'_d} - P_m (\pi - 2\alpha_1)$$

numériquement : $1,0 \cdot 10^7$ W.rad

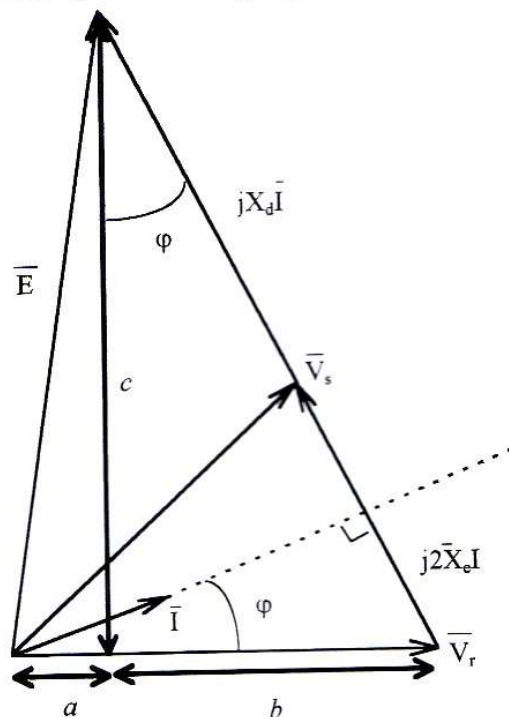
Question 4

Après la perte de ligne, l'établissement d'un nouveau régime permanent conduit à la même valeur de E qu'aux questions 1 et 2 (alternateur non régulé).

Le schéma vectoriel de la question 1 est encore valable, à condition de remplacer X_e par $2X_e$. Mais cette fois, on connaît E et on ignore la valeur de V_s .

Le courant I n'est a priori pas connu, pas plus que φ , mais U_r vaut toujours 21 kV.

En revanche, $P = V_r I \cos \varphi$ reste égal à 10 MW (par phase).



V_s peut se calculer avec les étapes suivantes :

$$c = (2X_e + X_d)I \cos \varphi = (2X_e + X_d) \frac{P}{V_r}$$

$$a = \sqrt{E^2 - c^2}$$

$$b = V_r - a$$

puis :

$$\varphi = \arctan \frac{b}{c} \text{ et } I = \frac{P}{V_r \cos \varphi}$$

enfin :

$$V_s^2 = (2X_e I \cos \varphi)^2 + (V_r - 2X_e I \sin \varphi)^2$$

$$V_s = \sqrt{V_r^2 + (2X_e I)^2 - 4V_r X_e I \sin \varphi}$$

numériquement : $V_s = \frac{19,8}{\sqrt{3}} \text{ kV}$

Question 5

La nouvelle valeur de E' peut se calculer avec une expression similaire à celle établie pour V_s ci-dessus :

$$E' = \sqrt{V_r^2 + ((2X_e + X'_d)I)^2 - 2V_r(2X_e + X'_d)I \sin \varphi}$$

numériquement : $E' = \frac{20,7}{\sqrt{3}} \text{ kV}$

L'établissement du régime permanent après la perte de ligne a conduit à une nouvelle valeur de E' , différente de celle utilisée pour l'étude de stabilité dynamique. On ne pourrait plus utiliser les courbes de la question 3 pour étudier l'impact d'un nouvel incident sur la stabilité du réseau.

Deux grands réseaux électriques A et B fonctionnant à 50 Hz sont caractérisés par :

• *réseau A :*

Puissance : 30 GW

Statisme apparent : 10 %

• *réseau B :*

Puissance : 200 GW

Statisme apparent : 8 %

Question 1

Quelles sont les énergies réglantes primaires de chacun des réseaux A et B.

Question 2

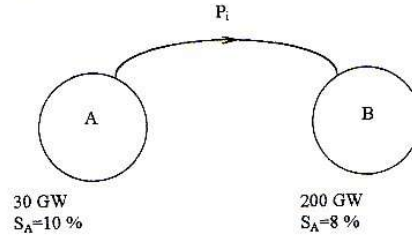
Les deux réseaux sont interconnectés par une ligne.

Le réseau A étant affecté par une perte de charge de 1 GW, quelle sera la nouvelle valeur de fréquence après l'action du réglage primaire ? Quelle sera la variation de transit sur l'interconnexion.

Question 3

Quelle sera la nouvelle valeur de fréquence après action du réglage secondaire ?

Notons P_i la puissance échangée entre A et B :



Question 1

$$K_A = \frac{P_{nA}}{S_A f_n} = 6 \text{ GW} / \text{Hz}$$

$$K_B = \frac{P_{nB}}{S_B f_n} = 50 \text{ GW} / \text{Hz}$$

Question 2

Les équations du réglage primaire sont :

$$\Delta P_A + \Delta P_i = K_A \Delta f$$

$$-\Delta P_i = K_B \Delta f$$

d'où :

$$\Delta f = \frac{\Delta P_A}{K_A + K_B} \quad \text{et} \quad \Delta P_i = -\frac{K_B}{K_A + K_B} \Delta P_A$$

numériquement : $f = 50,018 \text{ Hz}$ et $\Delta P_i = -893 \text{ MW}$ (le réseau A exporte plus qu'avant l'incident, ou importe moins)

Question 3

$$f = 50 \text{ Hz}$$